

## 5a. ONDES PROGRESSIVES. Mécanique et Acoustique

### 5a-1. INTRODUCTION

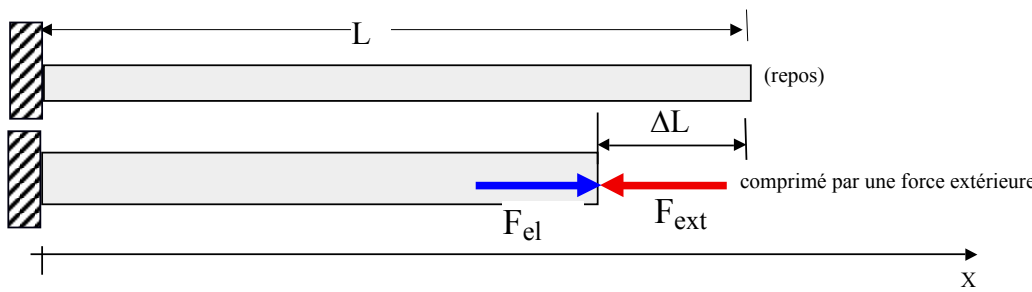
Le son et la lumière sont deux phénomènes physiques familiers. Leur nature physique n'a cependant été élucidée que récemment, à partir du 17<sup>ème</sup> siècle pour le son et à la fin du 19<sup>ème</sup> siècle pour la lumière. Dans les deux cas il s'agit d'onde, c'est-à-dire un déplacement d'énergie sans transport de matière et les équations qui décrivent leur comportement sont similaires dans la forme ; des notions communes peuvent être utilisées pour les décrire : énergie, dispersion et diffusion de cette énergie lors de la propagation, réflexion, réfraction, diffraction. Certaines notions comme la polarisation concerne l'onde ém mais pas le son. Nous présentons dans ce chapitre les principaux aspects liés aux ondes mécaniques (les ondes élastiques dans les solides et les liquides, le son) et aux ondes électromagnétiques (les signaux électriques dans les fils, les ondes ém dans le vide et la matière).

### 5a-2. ONDE MÉCANIQUE : LE CAS D'UN MILIEU SOLIDE

Les milieux solides ont toujours une élasticité qui rend possible la propagation des déformations produites par une force extérieure. Les caractéristiques des ondes observées dépendent du milieu ; ces ondes peuvent être longitudinales ou transverses, la célérité dépend de la densité et des coefficients d'élasticité.

Considérons le cas de la compression et des ondes longitudinales. Les déformations dans les milieux solides dues aux vibrations et aux ondes qui en résultent peuvent être analysées en partant de leurs propriétés d'élasticité, décrites en particulier par la loi de Hooke.

Loi de Hooke.



Si on considère un barreau de section  $S$  de longueur  $L$ , une force extérieure  $F_{ext}$  exercée sur une extrémité aura pour résultat de diminuer la longueur de  $\Delta L$  tel que

$$\frac{F_{ext}}{S} = E \frac{\Delta L}{L} \text{ ou } \sigma = E \varepsilon ;$$

$E$  [en Pascal], le module d'Young caractérise l'élasticité du matériau en compression (ou élongation),  $\sigma$  est la contrainte,  $\varepsilon$  est la déformation résultante. Le barreau réagit avec l'apparition d'une force élastique de rappel  $F_{rapp}$

$$F_{rapp} = - F_{ext} = - ES \frac{\Delta L}{L} .$$

(vers son état d'équilibre)

Les corps solides, grâce à leur élasticité, permettent la propagation d'ondes, appelées ondes élastiques (ou mécaniques). Ce sont par exemple les ondes le long d'une corde tendue ou d'une poutre. Examinons le cas des ondes créées par une compression périodique à la surface d'un corps solide et prenons pour simplifier l'exemple d'un barreau cylindrique comprimé périodiquement en surface. Soit  $E$  le module d'Young du matériau,  $\rho$  sa masse volumique.

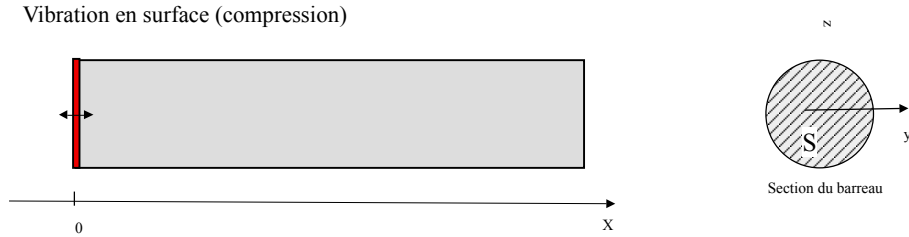
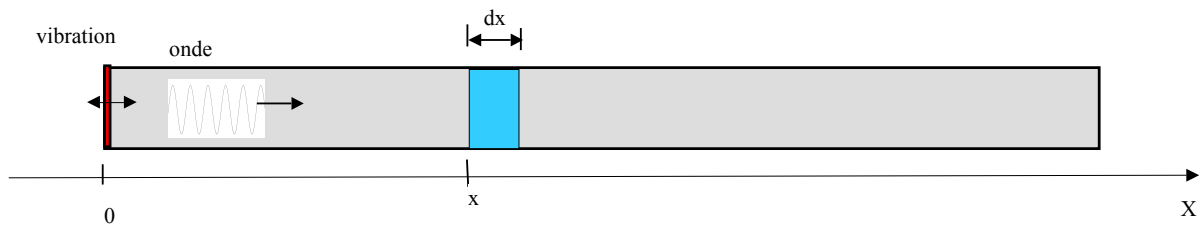


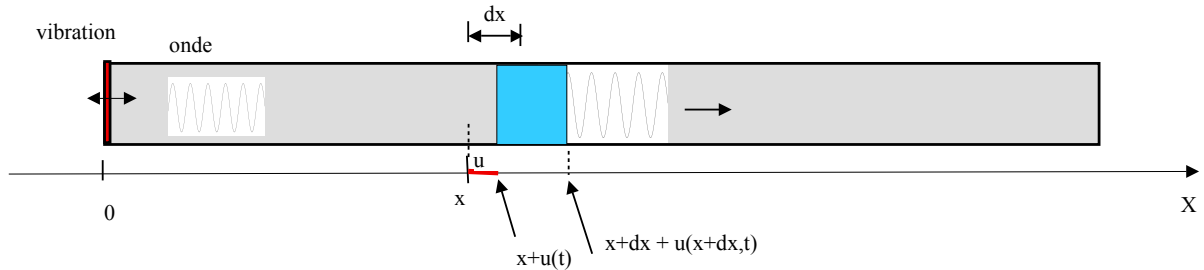
Fig. 6-1 : Barreau de section S subissant une compression périodique en surface.

La compression en surface du barreau est supposée homogène et correspond à un déplacement de la surface de la forme :  $u(t) = U_0 \sin(\omega t)$  autour de sa position de repos prise à  $x=0$ .

Afin de décrire la vibration d'un plan quelconque du barreau situé à l'abscisse  $x$  en fonction du temps, considérons une tranche d'épaisseur  $dx$  commençant à la position  $x$ .



a. Onde de compression dans un barreau cylindrique ; tranche de matière au repos



b. Onde de compression dans un barreau cylindrique ; tranche de matière déplacée et déformée par le passage de l'onde, à un instant  $t$

Fig. 6-2 : Déplacement et déformation d'une tranche d'épaisseur  $dx$  dans un barreau parcouru par une onde de compression.

La figure ci-dessus montre le déplacement et la déformation de la tranche au passage de l'onde. Celle-ci se dilate et se contracte périodiquement, à la fréquence de la vibration à l'origine de l'onde. A un instant  $t$  quelconque, les faces de la tranche ont respectivement pour abscisses  $x + u(x, t)$  et  $x + dx + u(x, +dx, t)$ .

Appliquons la loi de Hooke pour exprimer la relation entre la force subie par la tranche et son changement d'épaisseur.

Exprimons l'allongement relatif d'une tranche de matière d'épaisseur  $dx$  telle que décrite sur les figures 6-1 et 6-2 :

$$\frac{\Delta L}{L} \text{ (pour la tranche)} = \frac{u(x + dx) - u(x)}{dx} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

Il en résulte une tension locale (ou force élastique en  $x$ ) à l'intérieur de la tranche donnée par :

$$F(x) = ES \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Cette tension varie avec la position ; la tranche considérée est donc soumise à une force résultante qu'on peut exprimer comme suit :

$$dF = F(\text{en } x + dx) - F(\text{en } x) = \left( F(x) + \frac{\partial F}{\partial x} dx \right) - F(x) = ES \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx$$

Appliquons le principe fondamental de la dynamique à la tranche de matière en mouvement. La masse de l'élément est égale à  $\rho S \delta x$ , son accélération est égale à  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ . On peut donc écrire :

$$m\gamma = dF = ES \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx$$

$$\text{ou } \rho S dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = ES \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx$$

$$\text{ou } \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\text{ou encore } \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

En introduisant le terme  $c_s = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ , on obtient l'équation de d'Alembert ou équation d'onde :

$$(6.1) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

$c_s$  correspond à la célérité des ondes élastiques longitudinales dans le milieu.

#### Quelques valeurs numériques.

| Matériau  | $\rho$ [kg.m <sup>-3</sup> ] | E [daN.mm <sup>2</sup> ] | c calculé [m.s <sup>-1</sup> ] | c mesuré [m.s <sup>-1</sup> ] |
|-----------|------------------------------|--------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| Aciers    | 7800                         | 22000                    | 5300                           | 4700 à 5100                   |
| Aluminium | 2700                         | 7000                     | 5100                           | 5105                          |
| Laiton    | 8400                         | 1500                     | 3530                           | 3580                          |
| Plomb     | 11340                        | 2500                     | 1150                           | 1320                          |
| Bétons    | 2500                         |                          | 3160                           | 3000 à 4000                   |

#### Remarques :

1. Nous avons fait ci-dessus l'hypothèse que toute la section de la tige était déformée uniformément. Une analyse plus fine est nécessaire pour décrire le cas général des ondes longitudinales qui résultent d'une compression périodique (<sup>1</sup>). L'expression obtenue est alors :

<sup>1</sup> "Vibrations, Ondes" - Physique LMD-Universités-Ecoles d'ingénieurs. Ellipses, 2008 - B. Insa de Strasbourg D 7b BRU

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

$\nu$  est le coefficient de Poisson ( $\approx 0,3$  pour les métaux).

2. La situation examinée ci-dessus correspond à une déformation en compression (ou longitudinale). Dans le cas d'une déformation transverse (un cisaillement), la vitesse de l'onde serait différente et l'onde est transversale. L'expression de la célérité est dans ce cas :  $c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$  avec

$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  le module de Coulomb. Les ondes transversales sont plus lentes que les ondes longitudinales.

3. Une perturbation quelconque se propageant dans un solide est une superposition d'ondes longitudinales et d'ondes transversales.

### 5a-3. ONDE MÉCANIQUE : LE CAS D'UN MILIEU LIQUIDE

Dans un liquide, les forces exercées par une molécule sur ses voisines sont les mêmes quelle que soit l'orientation choisie autour de la molécule considérée. Il s'en suit que le couplage entre les molécules du liquide ne peut se faire que par des forces longitudinales si on néglige comme c'est souvent possible, la viscosité. Les efforts transversaux étant inexistantes dans les liquides, il ne se propage que des ondes de compression (ou longitudinales).

Un liquide est un milieu continu dont l'état est défini par 3 paramètres : la pression  $P$ , le volume  $V$  et la température  $T$ . Ces 3 paramètres sont reliés par une équation d'état du type  $f(p, V, T) = 0$ . Ce sont

- la loi de Mariotte pour les transformations isothermes :  $P V = f(T) = \text{Const}$  et
- la loi des transformations adiabatiques  $P V^\gamma = \text{const}$  où  $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$  est le rapport des chaleurs

spécifiques à pression constante ( $c_P$ ) et à volume constant ( $c_V$ ) (faibles variation de  $P$  se faisant sans changement de température).

L'effet d'une onde se propageant dans le liquide est de comprimer et alternativement dilater le volume  $V$  occupé par une masse  $m$  du liquide. On définit un coefficient de dilatation  $\theta = \frac{\delta V}{V}$ . La dilatation entraîne une variation de densité locale  $\delta\rho$  du liquide. Puisque la masse est invariante, on a :

$$(6.2) \quad \frac{\delta\rho}{\rho} = -\frac{\delta V}{V} = -\theta.$$

Les changements de volume provoquent des variations de pression. En utilisant l'approximation adiabatique, on peut définir un module de compressibilité du liquide :

$$(6.3) \quad K = \frac{1}{\chi} = -\frac{\delta P}{\delta V/V} \quad (\text{en Pa})$$

Dans le cas où  $V$  ne dépend que de la pression  $P$ ,  $K$  devient

$$(6.4) \quad K = -\frac{V}{\delta V} \delta P.$$

Considérons un liquide compressible contenu dans un tube. Au repos la pression est identique en tout point du liquide, soit  $P$ . Lorsqu'une onde sonore se propage, la pression peut être considérée comme une fonction continue de l'abscisse du tuyau, soit  $p(x)$ . En tenant compte des relations

$dp = \frac{dF}{S}$  et  $dV = S du$  ( $du$  étant l'allongement d'une tranche élémentaire de liquide) et en opérant comme dans le cas des solides en remplaçant  $E$  par  $K$ , nous obtenons :

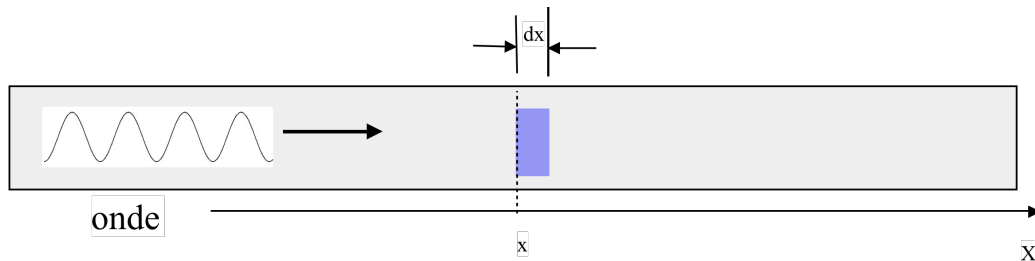
$$(6.5) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_s^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{avec} \quad c_s = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad .$$

Nous avons utilisé ici  $c_s$  pour désigner la grandeur  $\sqrt{K/\rho}$  qui a la dimension d'une vitesse. Il s'agit de la vitesse de phase ou célérité de l'onde qui a été introduite précédemment.

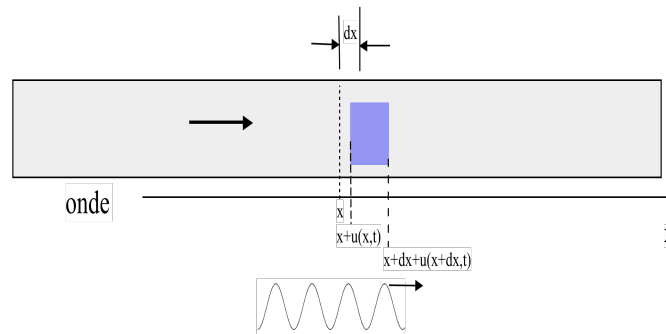
## 5a-4. ONDES MÉCANIQUE : LE CAS D'UN MILIEU GAZEUX

### 5a-4.1. DÉPLACEMENT ET PRESSION DANS LE MILIEU. CÉLÉRITÉ.

Considérons la propagation d'une onde harmonique le long d'un tube contenant un gaz (propagation unidimensionnelle). Une tranche du gaz d'épaisseur  $dx$  est déplacée et déformée par le passage de l'onde (fig. ci-après).



(a) tranche de gaz d'épaisseur  $dx$  à l'équilibre



(b) la même tranche déplacée et déformée par le passage d'une onde.

Fig. 6-3 : Passage d'une onde dans un gaz. (L'épaisseur de la tranche est exagérée pour la clarté du dessin, en réalité il faut supposer que  $dx \ll$  la longueur d'onde).

$u$  est le déplacement de la couche de gaz d'abscisse  $x$ .

Pour les milieux gazeux, il convient de décrire le phénomène en termes de variation de pression et non de déplacement du milieu. La variable à considérer pour décrire l'onde acoustique, est donc la variation algébrique  $p_a$  en un point donné de la pression  $P$  du gaz (ou écart par rapport à la pression statique).  $p_a$  est en général petit devant la pression atmosphérique et on peut écrire  $p_a = dP$ . La réponse du milieu à une variation de pression est donnée par le **module d'élasticité isostatique**  $K$ .

Remarque : l'inverse de  $K$ , désigné par  $\chi$  est appelé le **coefficient de compressibilité**.

L'utilisation de la pression et non pas du déplacement s'explique par les faits que

- l'oreille est un capteur différentiel sensible aux variations de pression autour de la pression statique,
- les microphones utilisés en acoustique sont en général sensibles à la pression,
- la pression peut être définie et mesurée en un point sans qu'on ait à se préoccuper de la direction de propagation.

La variation relative de volume  $\frac{dV}{V}$  est égale à

$$(6.6) \quad \frac{dV}{V} = \frac{S}{s} \frac{\frac{\partial u}{\partial x} dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}.$$

On en déduit :  $K = -\frac{dP}{dV/V} = -\frac{P_a}{dV/V}$

(6.7)  $\frac{1}{K} = -\frac{1}{P_a} \frac{\partial u}{\partial x}$  et la relation suivante entre le déplacement  $u(x,t)$  des tranches de gaz et la pression acoustique  $p_a$  :

$$(6.8) \quad p_a = -K \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}.$$

Considérons une perturbation ondulatoire de la forme  $u = A \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c_s} \right) \right]$ . La pression acoustique est alors donnée par :

$$(6.9) \quad p_a = K \frac{\omega}{c_s} A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c_s} \right) \right] = P_a \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c_s} \right) \right]$$

Il apparaît que :

- la pression acoustique  $p_a$  se propage à la même vitesse et à la même fréquence que la perturbation (déplacement) longitudinale  $u$ .
- la pression acoustique est en retard de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à  $u$ .

Remarques:

- L'analyse faite ci-dessus est valable pour une onde plane de pression se déplaçant dans un liquide ou un gaz.
- Pour un **gaz parfait**, dans lequel les compressions et dilatations sont adiabatiques, il existe une autre expression pour la célérité. De la relation des gaz parfaits on tire la relation :

$$(6.10) \quad \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0.$$

Le coefficient de compressibilité s'écrit alors :

$$(6.11) \quad \frac{1}{K} = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} = \frac{1}{\gamma P}.$$

La célérité du son dans un fluide est donc

$$(6.12) \quad c_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}.$$

Pour un gaz parfait nous pouvons écrire :

- l'équation caractéristique pour 1 kg de masse de gaz  $PV = RT$ , où  $R$  est la constante des gaz parfaits ( $R = 8,3 \text{ J/mole.K}$ ), et  $\rho = \frac{M}{V}$  si  $M$  est la masse moléculaire. On en déduit l'expression de la vitesse de phase (ou célérité) des ondes sonores dans les liquides (ou les gaz) :

$$(6.13) \quad v_\varphi = c_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}.$$

On voit que la vitesse du son dans l'air est proportionnelle à la racine carrée de la température absolue  $v_\varphi \approx 20 \sqrt{T}$ ,  $T$  étant exprimé en Kelvins.

**Tableau : Quelques valeurs numériques.**

| Matériau        | t (°C) -<br>pression<br>normale | c <sub>s</sub> calculé<br>(m.s <sup>-1</sup> ) | c <sub>s</sub> mesuré<br>(m.s <sup>-1</sup> ) |
|-----------------|---------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Eau             | 4                               | 1420                                           | 1399                                          |
| Eau de mer      | 17                              | 1420                                           | 1510                                          |
| Air             | 0                               | 330                                            | 331                                           |
| Air             | 20                              | 342                                            | 343,8                                         |
| Hélium          | 0                               | 975                                            | 971                                           |
| CO <sub>2</sub> | 18                              | 268                                            | 265,8                                         |

#### 5a-4.2. ÉNERGIE TRANSPORTÉE PAR UNE ONDE ACOUSTIQUE PROGRESSIVE

Soit une onde acoustique qui se propage le long d'un tube de section  $S$  et provoquant un déplacement des couches du milieu donné par  $u = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{c_s} \right)$ .

Le déplacement de la couche d'épaisseur  $dx$  s'accompagne d'une énergie cinétique

$$(6.14) \quad dE_{cin} = \frac{1}{2} \rho S dx \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2.$$

L'augmentation ou la diminution d'épaisseur (allongement ou compression  $\Delta l$ ) de la couche élémentaire s'accompagne d'une variation d'énergie potentielle de

$$dE_{pot} = \frac{1}{2} K (\Delta l)^2 \text{ où } K = \frac{ES}{l} = \frac{S}{\chi dx} \text{ et } \Delta l = \frac{\partial u}{\partial x} dx \text{ d'où}$$

$$(6.15) \quad dE_{pot} = \frac{1}{2} S \rho v^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2$$

On a par ailleurs  $\frac{\partial u}{\partial x} = -v \frac{\partial u}{\partial t}$ ; on en déduit que  $dE_{cin} = dE_{pot}$ .

L'énergie totale est donc

$$(6.16) \quad dE = \rho S \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dx = \rho S A^2 \omega^2 \cos^2 \omega \left( t - \frac{x}{c_s} \right) dx.$$

L'expression ci-dessus indique que l'énergie se déplace avec la vitesse  $v$ . L'énergie moyenne  $E_{moy}$  est donc celle qui est contenue dans un volume de base  $S$  et de longueur, la longueur d'onde  $\Lambda$ . On a donc :



$$(6.17) \quad E_{moy} = \rho S A^2 \omega^2 \int_0^{\Lambda} \cos^2 \omega \left( t - \frac{x}{c_s} \right) dx = \frac{1}{2} \rho S A^2 \omega^2 \Lambda = \frac{1}{2} \rho S A^2 \omega^2 c_s T .$$

### 5a-4.3. INTENSITÉ SONORE

En pratique on considère souvent l'intensité  $I$  définie comme le flux d'énergie traversant l'unité de surface par unité de temps ;  $I$  s'exprime en  $\text{watts.m}^{-2}$ .

Pour une onde d'amplitude  $A$  de pulsation  $\omega$  et de célérité  $c$ , l'intensité est égale à :

$$(6.18) \quad I \left[ \text{W.m}^{-2} \right] = \frac{1}{2} \rho c_s A^2 \omega^2 .$$

L'intensité correspond à l'énergie qui passe à travers une section transverse unitaire pendant une seconde.

L'oreille humaine peut détecter des sons d'intensité située entre  $10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$  et  $1 \text{ W.m}^{-2}$ . Sur une telle amplitude, la sensibilité ne peut pas être linéaire et en effet la réponse de l'oreille est logarithmique. Pour cette raison on définit un niveau d'intensité (ou intensité acoustique) en unités logarithmiques :

$$(6.19) \quad \beta(\text{dB}) = 10 \log \left( \frac{I_{ac}}{I_0} \right)$$

où  $I_0$  est un niveau de référence correspondant au seuil d'audibilité, soit  $10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ .

$I_{ac}$  est l'intensité sonore définie comme suit. La pression acoustique étant donnée par :

$$(6.20) \quad p_a = \rho c_s \frac{\partial u}{\partial t} = \rho c_s \omega A \cos \left( \omega t - \frac{x}{c_s} \right) = P_a \cos \left( \omega t - \frac{x}{c} \right) \text{ l'intensité sonore est égale à}$$

$$(6.21) \quad I_{ac} = \frac{1}{2} \frac{P_a^2}{\rho c} = \frac{(P_{a.\text{eff}})^2}{\rho c} \text{ où } P_{a.\text{eff}} \text{ est la valeur efficace de } p_a.$$

### 5a-4.4. SUPERPOSITION D'ONDES SONORES

Lorsque deux ou plusieurs ondes sonores se superposent en un point, le niveau de pression acoustique qui en résulte dépend des caractéristiques des ondes. Si les deux ondes sont cohérentes entre elles il y a interférence : le niveau baisse ou augmente en relation avec le décalage de phase. Si les deux ondes ont des fréquences voisines, un battement est observé. Dans le cas de la superposition de deux ondes incohérentes les énergies moyennes des ondes s'additionnent.

### Interférence d'ondes acoustiques

Pour montrer les effets d'interférence, il faut disposer de 2 sources sonores pouvant émettre des sons purs (spectre d'émission peu étendu). L'analyse du champ acoustique en avant des sources fait apparaître des zones où l'onde sonore est plus intense (interférence constructive) et des zones où l'onde est peu intense (interférence destructive). Deux ondes sonores de même fréquence interfèrent de façon constructive en un point si elles y arrivent en phase, c'est-à-dire si la différence des distances les séparant de leur source respective est égale à un nombre entier de longueurs d'onde. Il y a interférence destructive si la différence de chemin parcouru est égale à un nombre impair de demi-longueurs d'onde.

Le niveau acoustique correspondant à la superposition de deux ondes acoustiques dépend du degré de cohérence (corrélation entre les phases) entre les deux ondes.

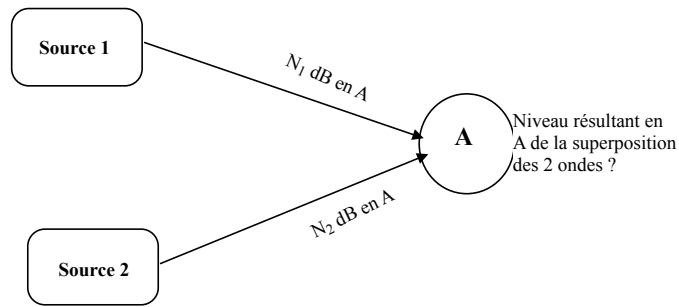


Fig. 6-4 : Interférence de deux signaux acoustiques.

### Superposition d'ondes incohérentes

Si les 2 ondes ne sont pas cohérentes, le niveau résultant est obtenu en additionnant les énergies, c'est-à-dire les carrés des pressions acoustiques (et non pas les valeurs instantanées) :

$$(6.22) \quad (P_{an}(1+2))^2 = (P_{an}(1))^2 + (P_{an}(2))^2$$

On en déduit le niveau de pression acoustique résultant

$$(6.23) \quad N_{pa}(1+2) = 10 \log_{10} \left[ \frac{(P_{an}(1))^2 + (P_{an}(2))^2}{(P_{an,0})^2} \right]$$

Il en résulte la relation suivante entre les niveaux :

$$(6.24) \quad N_{pa}(1+2+\dots+i) = 10 \log_{10} \left( 10^{\frac{N_{pa}(1)}{10}} + 10^{\frac{N_{pa}(2)}{10}} + \dots + 10^{\frac{N_{pa}(i)}{10}} \right)$$

### Battement

Lorsque les fréquences de deux ondes qui se superposent sont légèrement différentes, il se produit un phénomène particulier, le battement. L'oreille perçoit un battement sonore comme un son d'amplitude modulée de façon périodique. La description mathématique est obtenue par addition des amplitudes des deux ondes.

Soient les deux ondes dont les amplitudes en un point donné varient dans le temps suivant l'expression :

$$p_{1,2} = P_a \sin(2\pi f_{1,2} t), \text{ avec } f_1 \text{ peu différent de } f_2.$$

La superposition des 2 ondes est décrite par l'expression :

$$(6.25) \quad p_{1+2} = 2P_a \cos \left[ 2\pi \left( \frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right] \sin \left[ 2\pi \left( \frac{f_1 + f_2}{2} \right) t \right]$$

La fréquence du signal résultant est la moyenne des fréquences des deux ondes ; son amplitude est modulée par un signal à la fréquence  $\frac{1}{2} (f_1 - f_2)$ .

### 5a-4.5. L'EFFET DOPPLER EN ACOUSTIQUE

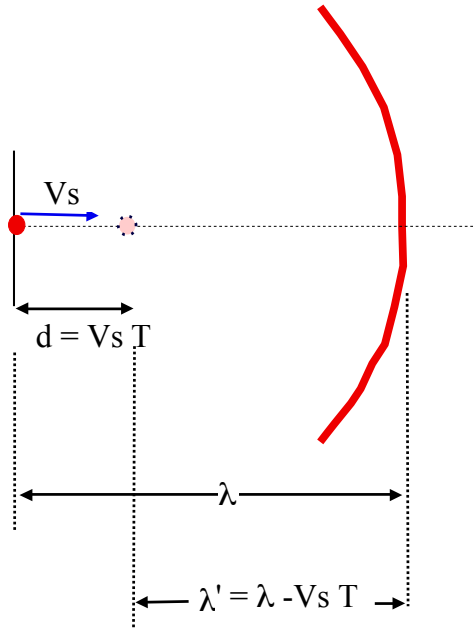


Fig. 6-5 : Paramètres utilisés dans la détermination du décalage Doppler

Lorsqu'un son est émis par une source en mouvement la fréquence perçue par un détecteur au repos est modifiée ; cet effet, observé pour tous les types d'ondes, est connu sous le nom d'effet Doppler.

Le décalage de fréquence est calculé de la façon suivante. Soit une source se déplaçant à une vitesse  $V_s$  d'un point A vers un point B où se trouve un observateur (figure ci-dessus). Pendant une période  $T$  de l'onde, une crête parcourt une distance  $\lambda = c T$ ,  $c$  étant la célérité du son dans l'air ; pour simplifier le raisonnement, supposons que AB corresponde à cette distance. Pendant ce temps, la source a quitté le point A et s'est déplacé d'une distance  $d_s = V_s T$  et la crête suivante n'a plus qu'une distance  $d' = \lambda - d_s$  pour arriver au point B.

La longueur d'onde apparente est donc :

$$(6.26) \quad \lambda' = d' = \lambda - V_s T = \lambda - V_s \frac{\lambda}{c}.$$

L'effet Doppler se manifeste donc par un décalage de longueur d'onde de :

$$(6.27) \quad \Delta\lambda_{Dopp} = \lambda' - \lambda = - V_s \frac{\lambda}{c}.$$

La nouvelle fréquence est donnée par l'expression :

$$(6.28) \quad f' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda - \frac{V_s}{c}\lambda} = f \frac{c}{c - V_s}$$

Par analogie, on peut obtenir la fréquence d'une onde dans le cas où la source s'éloigne de l'observateur, soit :

$$(6.29) \quad f' = \frac{1}{1 - \frac{V_s}{c}} f.$$

L'effet Doppler apparaît également quand c'est l'observateur qui se déplace. La variation de fréquence est légèrement différente de celle obtenue ci-dessus pour la source en mouvement. Pour un observateur qui se rapproche de la source, les crêtes de l'onde se déplacent à une vitesse de  $c + V_D$  ( $V_D$  pour détecteur). La fréquence détectée est donc de :

$$(6.30) \quad f' = \frac{c + V_D}{\lambda} = \left(1 + \frac{V_D}{c}\right) f.$$

Par analogie, on trouve pour la fréquence de l'onde détectée par un observateur s'éloignant de la source :

$$(6.31) \quad f' = \left(1 - \frac{V_D}{c}\right) f.$$

Le cas général est obtenu lorsque source et observateur se déplacent. En combinant les deux cas ci-dessus, on obtient la formule générale suivante :

$$(6.32) \quad f' = \left(\frac{c \pm V_D}{c \mp V_S}\right) f.$$

Le premier se rapporte au cas du rapprochement source-détecteur ; le deuxième cas est celui de l'éloignement.

L'effet Doppler apparaît également lorsque l'onde est réfléchiée par un objet en mouvement. La mesure du décalage de fréquence permet d'ailleurs de retrouver la vitesse de la cible ; c'est sur ce principe qu'est d'ailleurs basé le fonctionnement des nouveaux modèles de radar de contrôle de trafic routier.

L'effet Doppler est utilisé dans l'échographie médicale. Il est ainsi possible de mesurer la vitesse d'un flux sanguin ou de mesurer le rythme cardiaque d'un fœtus.

#### 5a-4.6. LES ONDES DE CHOC

L'onde de choc est un phénomène qui se produit lorsque la source sonore se déplace plus vite les ondes générées. La vitesse est alors dite **supersonique** et se mesure en **nombre de Mach** défini comme le rapport entre la vitesse de la source et la vitesse des ondes sonores. L'onde de choc correspond à la crête de grande amplitude formée l'interférence constructive d'un grand nombre d'ondes ; la crête est suivie d'un grand creux. Un observateur situé au voisinage de la source perçoit un 'bang' intense, qui peut causer des dommages, aux objets (bris de vitres) mais aussi physiologiques. L'onde de choc forme un cône centré sur la source qui la génère.

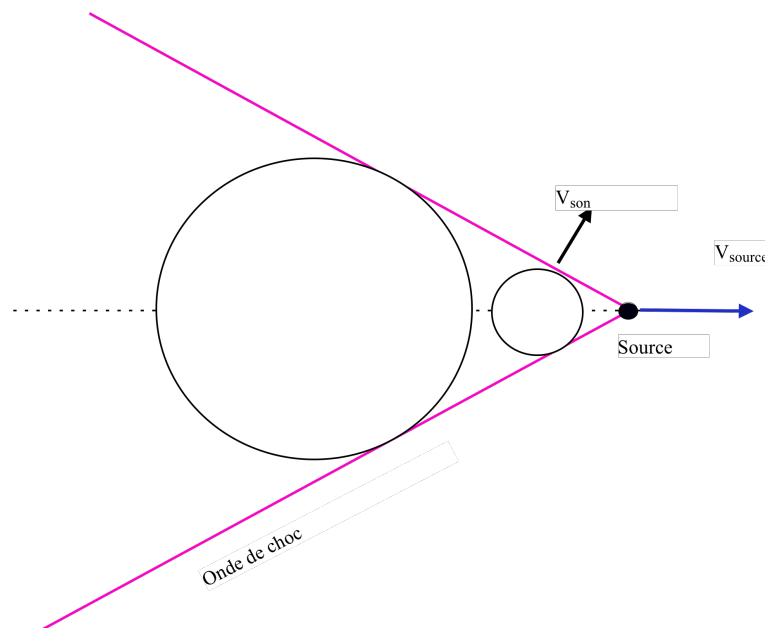


Fig. 6-6 : Onde de choc produite par un objet se déplaçant à une vitesse plus grande que les ondes générées par le déplacement. Le front d'onde a la forme d'une surface conique définie par un demi-angle  $\theta$  au sommet tel que

$$\sin \theta = \frac{V_{\text{son}}}{V_{\text{source}}}.$$

## 5a-5. ACOUSTIQUE APPLIQUÉE

### 5a-5.1. LES SOURCES SONORES

Les sons ont pour origines des cordes ou des surfaces en vibration. Tout objet peut en vibrant devenir une source sonore, en général gênante. Les instruments de musique au contraire produisent grâce à une géométrie appropriée, des sons harmonieux. On utilise pour cela soit la vibration de cordes (guitare, piano,...) , soit la vibration de surfaces (tambour, ...), soit encore les vibrations d'une colonne d'air (trompette, ...). Les sons émis par les instruments à corde sont amplifiés par un effet de résonance dans une structure fermée où l'air est mis en vibration par le mouvement de la corde.

### 5a-5.2. ACOUSTIQUE PHYSIOLOGIQUE

L'audition est un phénomène très complexe. La pression acoustique fait vibrer une membrane appelée le tympan. Ces vibrations sont transmises par une chaîne d'osselets (marteau, enclume, étrier) vers le canal vestibulaire le long duquel elles sont transformées en un flux nerveux. Une partie de l'analyse du son est faite mécaniquement par le biais d'ondes stationnaires se créant dans le vestibule, une autre par le système nerveux. Il n'existe pas de relation simple entre les mesures objectives de pression acoustique et la sensation subjective de 'niveau de bruit'. De nombreuses recherches de physiologie ont abouti cependant à une certaine normalisation des mesures de niveau de bruit.

L'oreille est sensible à la hauteur d'un son, grandeur liée à la fréquence. En présence de 2 sons de fréquences  $f_2$  et  $f_1$  telles que  $f_2 = 2 f_1$ , le son  $f_2$  présente une ressemblance frappante avec le son  $f_1$  en plus aigu.  $f_2$  est dit à l'octave supérieur de  $f_1$ . Les musiciens divisent un intervalle d'une octave en une suite d'intervalles secondaires appelés tons ou demi-tons.

### 5a-5.3. CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES DES ONDES ACOUSTIQUES

Le terme 'son' recouvre un aspect des phénomènes acoustiques, celui qui concerne les stimulations physiques qui induisent des sensations auditives dans nos oreilles. L'oreille perçoit l'effet des variations rapides de pression de l'air. Les variations sinusoïdales sont perçues comme un son pur ; s'il y a des harmoniques, c'est un son musical; dans le cas général c'est un bruit. Comme pour toute onde, la génération d'un son nécessite :

- un oscillateur constituant la source,
- de l'énergie se propageant sous forme d'ondes longitudinales et
- un récepteur (oreille ou instrument). L'onde sonore se propage dans l'air mais aussi dans les milieux solides ou liquides. Contrairement aux ondes électromagnétiques, la propagation dans le vide n'est pas possible.

La vitesse de propagation d'une onde acoustique dépend du milieu dans lequel elle se propage. Nous avons montré plus haut que cette vitesse est de  $331 \text{ m.s}^{-1}$  dans l'air à  $0^\circ\text{C}$ . La vitesse dépend de la température, et en première approximation on a

$$(6.33) \quad v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \sim (331 + 0,6 T) \text{ m.s}^{-1}$$

où T est la température en degrés C.

La perception d'un son par l'oreille se caractérise par

- un 'volume',
- une 'hauteur' (sons musicaux).

D'un point de vue 'physique' un son est défini par

- une intensité,
- un spectre de fréquences (le timbre).

Le volume et la hauteur sont des grandeurs liées à nos sensations auditives. Le volume est en relation à l'énergie transportée. La hauteur se rapporte au contenu spectral (son grave → fréquence basse, son aigu → fréquence élevée). Un son est perceptible par notre oreille s'il contient des composantes spectrales dans l'intervalle approximatif [20 Hz, 20 000 Hz], dit domaine audible. Les fréquences au-delà de 20 kHz sont dites **ultrasoniques** ; celles en dessous de 20 Hz correspondent aux **infrasons**. Les ondes ultrasoniques sont utilisées dans la technique d'échographie dans le domaine médical. Les infrasons sont souvent à l'origine de nuisances. Produites par des machines, elles provoquent l'irritation de nos organes internes.

#### 5a-5.4. LE SPECTRE SONORE

La 'richesse' d'un son, l'impression subjective qu'elle crée en nous, est liée à la répartition spectrale des vibrations émises par la source, et transmises jusqu'à l'oreille. La notion de 'qualité' qu'on peut attribuer au son dépend de la présence d'harmoniques et de leurs amplitudes relatives. Quand il s'agit d'un son émis par un instrument de musique, la qualité dépend beaucoup de la manière dont on joue de l'instrument. L'examen du spectre d'un son musical fait apparaître des composantes bien définies constituées de la fréquence fondamentale de l'instrument et des harmoniques à des taux variables. L'allure pour le son émis par un violon est montrée ci-après.

Un son émis par un objet ordinaire, comme celui obtenu par la collision de deux corps solides ne présente pas de composantes spectrales bien définies ; le spectre est continu.

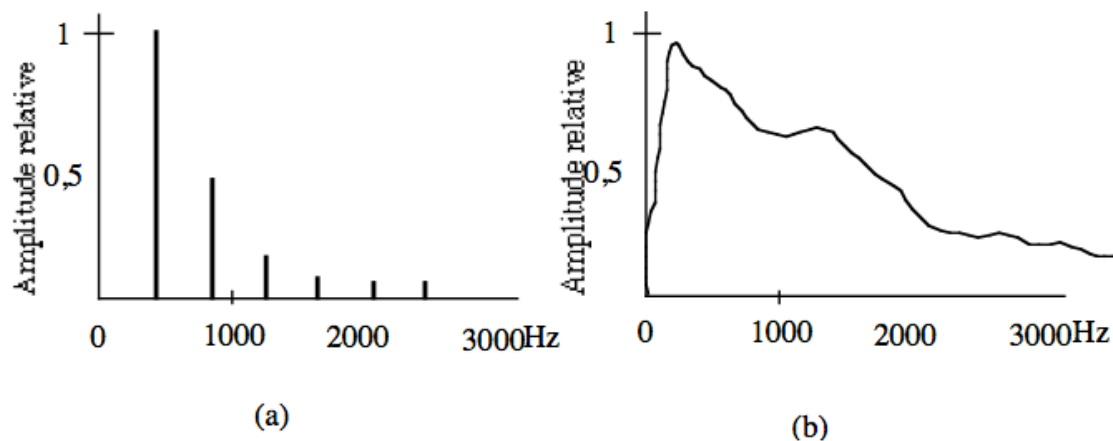


Fig. 6-7 : Exemple de spectre sonore (a) son émis par un violon ; (b) son émis par la collision de 2 objets.

#### 5a-5.5. LA PRESSION ACOUSTIQUE

Un milieu dans lequel se propage une onde acoustique se caractérise par une pression barométrique  $P_B$  et une pression acoustique instantanée  $p_a(t)$ . On définit une pression acoustique normalisée  $P_{an}$ , égale à la valeur efficace de  $p_a(t)$  :

$$(6.34) \quad P_{an} = P_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [p(t)]^2 dt}$$

$T$  est ici la période de la composante de plus basse fréquence, ou plus généralement, la durée de l'échantillonnage.

Dans le cas d'une onde sinusoïdale  $p(t) = P \sin \omega t$ , on a  $P_{an} = \frac{1}{\sqrt{2}} P$ .

L'oreille présente un large éventail de sensibilité : pour une fréquence de 1 KHz, les pressions acoustiques audibles s'échelonnent entre  $2 \times 10^{-5} \text{ N.m}^{-2}$  et environ  $50 \text{ N.m}^{-2}$ . On convient donc d'exprimer la pression acoustique à l'aide d'une échelle logarithmique. Cette convention est également

justifiée par le fait que la perception de l'oreille elle-même varie comme le logarithme de l'excitation. On définit donc un niveau de pression acoustique normalisée  $N_{pa}$  comme

$$(6.35) \quad N_{pa} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{an}}{P_{an,0}} \right)^2 = 20 \log_{10} \left( \frac{P_{an}}{P_{an,0}} \right)$$

$P_{an,0}$  est la pression acoustique normalisée de référence, soit  $P_{an,0} = 2 \times 10^{-5} \text{ N.m}^{-2}$ .

#### 5a-5.6. INTENSITÉ SUBJECTIVE D'UN SON PUR

La sensation sonore s'exprime en "phones". L'échelle des phones coïncide avec l'échelle des décibels à 1 KHz. Le niveau '0 phone' correspond au seuil d'audibilité pour les différentes fréquences. A partir de 120 phones, la sensation commence à devenir douloureuse. De façon générale, l'oreille est moins sensible aux sons graves et aux sons aigus, mais cette différence s'estompe pour les fortes pressions acoustiques.

#### 5a-5.7. NUISANCE D'UN BRUIT

La nuisance d'un bruit dépend de beaucoup de facteurs, parmi lesquels :

- le niveau par rapport au bruit de fond,
- l'activité de l'individu,

- la durée. Pour tenir compte de la durée, on introduit un **niveau équivalent de bruit** noté  $N_{eq}$  exprimé en **dB A** (ou  $L_{eq}$  pour Level dans la littérature anglo-saxonne) :

$$(6.36) \quad N_{eq} = 10 \log_{10} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T 10^{N(t)/10} dt \right] .$$

#### 5a-5.8. MESURE ET ANALYSE D'UN BRUIT EN UN POINT DONNÉ

##### Analyse globale

On utilise un microphone dont la membrane est mise en vibrations par la pression acoustique. Ces vibrations sont transformées en variations de tension électrique, soit par induction dans le cas d'un microphone électrodynamique, soit en variation de capacité dans le cas d'un microphone à condensateurs. La tension électrique est amplifiée et mesurée par un voltmètre gradué en dB par étalonnage. La réponse doit être linéaire entre 20 Hz et 20 kHz.

##### Analyse fréquentielle

On utilise un microphone complété par une série de filtres qui permettent de laisser passer l'onde sonore par bande de 1 octave ou 1/3 d'octave. Une bande de 1 octave ayant une étendue  $\frac{f_2}{f_1} = 2$ , on définit une fréquence nominale  $f_2 = \sqrt{2} f_1$ . Les fréquences normalisées des bandes de 1 octave sont 31,5, 63, 125, 250, 1000, 2000, 4000, 8000 et 16000 Hz. On obtient ainsi un spectre de bruit normalisé.

Remarque : Dans certains problèmes de recherche de bruits de machines il est utile de faire une analyse plus fine et de disposer d'une fréquence nominale continûment ajustable. Pour la même raison certains analyseurs hétérodynes ont une largeur de bande passante constante de 3 ou 10 Hz.

#### 5a-5.9. BRUIT ÉMIS PAR UNE SOURCE

Le niveau de pression acoustique en un point M situé à la distance r d'une source de bruit S dépend des paramètres suivants :

- 1- puissance acoustique rayonnée par la source,
- 2- distance ,
- 3- direction,
- 4- énergie acoustique réfléchiée ou diffusée par le local où se trouve la source.

Pour caractériser la source uniquement, on est amené à s'affranchir des paramètres 2, 3 et 4. La source idéale est ponctuelle et rayonne de manière isotrope dans un champ libre.

Soit  $\Pi$  en watts la puissance acoustique d'une source ponctuelle, c'est-à-dire la fraction de puissance mécanique transmise au milieu environnant sous forme vibratoire. Une sphère de rayon  $r$  centrée sur la source sera traversée par un flux énergétique  $\Phi = \frac{\Pi}{4\pi r^2}$ . La pression acoustique efficace en un point M de la sphère est donc donnée par :

$$(6.37) \quad P_{eff}(M) = \frac{\rho c \Pi}{4\pi r^2} ;$$

$\rho$  est la masse volumique du milieu (1,29 kg.m<sup>3</sup> pour l'air) ,

$c$  est la vitesse du son (330 m.s<sup>-1</sup> dans l'air à 20°C),

A partir de la mesure de  $P_{eff}(M)$  on peut déduire la puissance  $\Pi$  rayonnée par la source.

On définit également un **niveau de puissance acoustique** (en décibels) par l'expression suivante :

$$(6.38) \quad N_{\Pi a} = 10 \log_{10} \left( \frac{\Pi_a}{\Pi_{a.0}} \right) .$$

$\Pi_{a.0} = 10^{-12}$  watts est la puissance acoustique de référence. Cette puissance ramenée à une section de 1 m<sup>2</sup>, correspond au seuil d'audibilité d'un son. La conséquence intéressante est qu'en un point d'une sphère de rayon  $r$  tel que  $4\pi r^2 = 1 \text{ m}^2$ , centrée sur une source S, le niveau de pression acoustique s'exprime par le même nombre de décibels que le niveau de puissance acoustique. On peut en déduire une relation entre le niveau de puissance acoustique et le niveau de pression acoustique dans le cas d'un rayonnement sphérique isotrope. Considérons une source S, une sphère S1 centrée sur S de rayon  $r_1$  tel que  $4\pi r_1^2 = 1 \text{ m}^2$ , une sphère quelconque centrée également sur S et un point M sur cette sphère (figure ci-dessous). On a :

$$(6.39) \quad \begin{aligned} N_{pa}(dB) &= 10 \log_{10} \left( \frac{p_{an}}{p_{an.0}} \right)^2 = 10 \log_{10} \left( \frac{p_{an}(M)}{p_{an}(S1)} \frac{p_{an}(S1)}{p_{an.0}} \right)^2 \\ &= 10 \log_{10} \left( \frac{p_{an}(M)}{p_{an}(S1)} \right)^2 + 10 \log_{10} \left( \frac{p_{an}(S1)}{p_{an.0}} \right)^2 \end{aligned}$$

Or on a montré précédemment  $\left( \frac{p_{an}(M)}{p_{an}(S1)} \right)^2 = \frac{1}{4\pi r^2}$  et ,

$$(6.40) \quad 10 \log_{10} \left( \frac{p_{an}(S1)}{p_{an.0}} \right)^2 = 10 \log_{10} \left( \frac{\Pi_{an}}{\Pi_{a.0}} \right) = N_{\Pi a}$$

Il en résulte la relation apparaissant sur la figure ci-après entre le niveau de pression acoustique et le niveau de puissance acoustique.



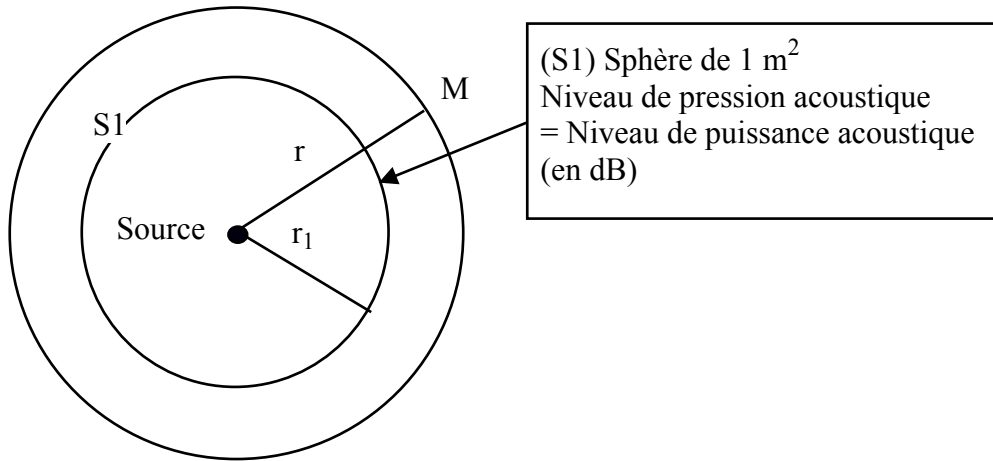


Fig. 6-8 : Relation entre le niveau de pression acoustique et le niveau de puissance acoustique (r en m).

Dans le cas où la source rayonne dans un demi espace limité par une surface parfaitement réfléchissante, un dièdre rectangle ou quart de sphère la formule ci-dessus est légèrement modifiée :

$$(6.41) \quad N_{pa} \text{ (en dB)} = N_{\Pi a} \text{ (en dB)} + 10 \log_{10} \left( \frac{Q}{4\pi r^2} \right)$$

avec  $Q = 2, 4$  ou  $8$  pour les 3 cas considérés.

Les grandeurs ci-dessus sont des paramètres globaux. En pratique il est souvent utile de connaître la répartition spectrale de la puissance acoustique.

De même en mesurant  $N_{pa}$  suivant différentes directions il est possible de construire des diagrammes polaires de la puissance de bruit.

#### 5a-5.10. QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR L'ACOUSTIQUE DES LOCAUX ET DES MACHINES

Une onde acoustique est atténuée par traversée d'une membrane ou cloison. On définit un coefficient d'absorption acoustique

$$(6.42) \quad \alpha_{aa} = \frac{\text{Energie absorbée}}{\text{Energie incidente}} ; \quad \alpha_{aa} \text{ dépend de la fréquence.}$$

Pour caractériser un local d'un point de vue acoustique, on décompose (quand cela est possible) sa surface  $S$  en  $N$  éléments de surface  $S_i$  ayant chacune un **coefficient d'absorption**  $\alpha_{aa,i}$ . Le coefficient d'absorption moyen  $\alpha_{aa,m}$  du local est alors égal à :

$$(6.43) \quad \alpha_{aa,m} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^{i=N} S_i \alpha_{aa,i}.$$

Un autre paramètre est intéressant pour caractériser un local, c'est le **temps de réverbération**. Par définition le temps de réverbération  $T_R$  pour une bande de fréquence donnée correspond au temps nécessaire pour une diminution de 60 dB à partir du moment où la source s'arrête.  $T_R$  est donné par la formule suivante (formule de Sabine) :

$$(6.44) \quad T_R = 0,16 \frac{V}{\alpha_{aa,m} S}$$

où  $V(m^3)$  est le volume du local. Cette formule est valable pour  $\alpha_{aa,m} < 0,3$ . Un temps de réverbération trop long réduit l'intelligibilité de la parole et détériore les sons musicaux. Trop court,

l'impression est également désagréable aussi bien pour la parole que pour la musique. Le coefficient dépend de la fréquence ; il doit donc être mesuré par bande d'octave sur la plage [125 Hz - 4 kHz].

Le traitement acoustique d'un local se fait par un choix judicieux de matériaux ; pour cela il faut connaître le coefficient d'absorption des matériaux utilisés dans les différentes bandes de fréquence.

Les niveaux de bruit 'acceptables' dépendent des conditions d'utilisation du local. Un niveau de 35 à 45 dB correspond à une ambiance calme pour locaux d'habitation de jour. Pour la nuit, une ambiance calme correspond des niveaux situés entre 25 et 35 dB. Au-delà de 65 dB, le bruit provoque des effets physiologiques (élévation de la tension artérielle, modification du champ visuel, fatigabilité exacerbée, ...). Sur un lieu de travail, on estime qu'on ne devrait pas dépasser 75 dB. Le tableau ci-après indique l'impression ressentie pour les différents niveaux de bruits rencontrés.

| 0 à 40 dB      | 40 à 65 dB      | 65 à 75 dB                         | 75 à 90 dB                 | Au-delà de 95 dB          |
|----------------|-----------------|------------------------------------|----------------------------|---------------------------|
| ambiance calme | bruits courants | ambiance bruyante mais supportable | Bruits pénibles à entendre | Difficilement supportable |

Échelle de confort de l'ambiance acoustique.

Les moyens de lutte contre le bruit sont

- la réduction des bruits à la source,
- la diminution de la transmission,
- l'augmentation de l'absorption du local de réception,
- la prévision par la modélisation, du niveau sonore dans le local.

La réduction des bruits à la source passe par les mesures suivantes.

- Construction soignée des machines (jeu, lubrification, équilibrage, ....),
- Isolation des machines par rapport au sol,
- Mis en boîte hermétique,
- Mise en boîte sourde et étanche ; les parois de la boîte doivent être lourdes et revêtues intérieurement de matériaux absorbants.

La réduction de la transmission passe par les mesures suivantes.

- Réalisation de coupures pour s'opposer à la transmission par conduction (joints souples entre les éléments de tuyauterie, manchons élastiques pour traverser les murs, planchers flottants)
- Réalisation d'une bonne étanchéité (joints de caoutchoucs, double vitrage)
- Isolation par des cloisons (lourdes ou creuses avec matière absorbante non tassée dans les intervalles)
- Réduction du bruit transmis par les gaines de ventilation.

La réduction de l'absorption est obtenue par :

- le traitement des murs par des matériaux absorbants,
- le traitement du sol.