

4. Physique des Ondes : notions générales

Equation de d'Alembert. Célérité. Types d'ondes : progressives, stationnaires. Dimensions. Phénomènes liés à la propagation : atténuation, dispersion, réflexion, diffraction, dispersion.

Ondes modulées. Paquets d'ondes. Vitesse de groupe. Analyse de Fourier.

Les Physiciens qui ont permis de développer le concept d' « ondes » : Christiaan Huyghens, Augustin Fresnel, Thomas Young, Jean Le Rond d'Alembert, James Clerk Maxwell

4.1. INTRODUCTION.

De nombreux phénomènes de la vie courante sont de nature ondulatoire : le déplacement des spires d'un ressort, la déformation transverse ou longitudinale d'une corde élastique, les déformations élastiques dans un solide, les vagues sur l'eau, le son, la lumière. Toute onde provient d'une vibration. Pour créer une onde se propageant à la surface d'un liquide, il suffit d'exciter de façon périodique un point de sa surface. De même, pour produire une onde le long d'une corde tendue, il suffit d'agiter une de ses extrémités. Dans le cas du son, l'onde naît de la vibration d'une membrane ; le détecteur de l'onde sonore est également un oscillateur (le tympan ou la membrane d'un microphone). La lumière est également une onde. Sa particularité est qu'elle n'a pas besoin de milieu matériel pour se propager. Les composants élémentaires de la matière, par exemple les électrons se comportent également dans certaines conditions comme une onde.

Le formalisme mathématique servant à décrire le phénomène ondulatoire a été élaboré au cours de la période s'étalant entre le XVII^{ème} siècle et le milieu du XVIII^{ème} siècle. La découverte des propriétés quantiques de la matière et du rayonnement au XX^{ème} siècle ont abouti à de nouveaux développements.

Les premières études ont porté sur les ondes sonores et la corde élastique. C'est au 17^{ème} siècle que, pour la première fois, Descartes et Galilée ont associé la hauteur d'un son à la fréquence d'oscillation dans le milieu traversé et relié cette fréquence à celle de la corde à l'origine du son. Les harmoniques et les points stationnaires ont été découverts à la suite. Le modèle développé par Newton au début du XVII^{ème} siècle pour la propagation du son dans l'air a permis d'établir une expression (pas tout à fait correcte) pour la vitesse du son. Au siècle suivant, on découvre que le son est souvent constitué de plusieurs harmoniques, mais on ne conçoit pas encore que l'oscillation d'une corde puisse se faire simultanément suivant un mode fondamental et plusieurs harmoniques.

L'équation d'onde classique a été établie en 1747 par D'Alembert pour l'onde se propageant sur une corde fixée aux extrémités. Il a établi également qu'une onde stationnaire résulte de la superposition de deux ondes progressives se propageant suivant deux directions opposées.

Le principe de superposition et de la coexistence des petites oscillations a été énoncé par Bernoulli en 1748. Euler, un peu plus tard (1753) a prouvé le principe de superposition des ondes en montrant qu'il résulte de la linéarité de l'équation d'onde.

L'étude d'un phénomène ondulatoire peut se décomposer suivant les étapes suivantes :

- l'établissement à partir des principes de base de la physique (lois de Newton en Mécanique, lois de Maxwell en électromagnétisme) d'une équation aux dérivées partielles régissant le phénomène ;
- la résolution de cette équation pour trouver une expression mathématique de l'onde ;
- l'étude des caractéristiques de l'onde qui peut être de deux types : progressive ou stationnaire.

Les ondes progressives s'observent dans les milieux ouverts et homogènes, ne contenant pas d'obstacle pouvant perturber la propagation. La présence d'obstacles et d'inhomogénéités modifie les directions de propagation ; des réflexions apparaissent. Dans certaines conditions en particulier

lorsque le milieu est fini, l'énergie transportée par l'onde reste confinée dans le milieu, l'onde devient stationnaire.

Dans une onde progressive, on observe un retard de phase entre les oscillations de deux points distincts du milieu traversé. Dans le cas de l'onde stationnaire observée dans un système fermé, la répartition d'énergie se stabilise et les oscillations en deux points différents, sont soit en phase, soit en opposition de phase.

4.2. LA NATURE DE L'ONDE

4.2.1. TYPES D'ONDES

Une onde correspond à un déplacement d'énergie qui se manifeste par des oscillations corrélées entre elles, dans l'espace traversé. Une première classification permet de distinguer des ondes mécaniques et des ondes électromagnétiques.

- Les ondes mécaniques sont celles pour lesquelles l'énergie se manifeste dans les mouvements de matière (énergie cinétique liée à la vitesse du mouvement et énergie potentielle liée aux déformations subies par le milieu matériel). C'est le cas des ondes sur une corde élastique, ou dans un milieu étendu, dans un solide ou un fluide.

- Les ondes électromagnétiques (ém) se manifestent sous la forme de variations des champs (électriques et magnétiques) générés par des charges électriques en mouvement. La propagation des signaux électriques dans les circuits et les câbles sont un cas particulier d'ondes ém qu'on qualifiera d'ondes électriques.

Le développement de la physique quantique au XX^{ème} siècle a mis en évidence les propriétés ondulatoires de la matière elle-même.

Enfin le champ gravitationnel est le support d'ondes particulières. Ces ondes gravitationnelles, prédites par la théorie de la relativité générale, ont été observées récemment grâce au déploiement de moyens expérimentaux très importants¹.

4.2.2. CARACTÉRISTIQUES D'UN PHÉNOMÈNE ONDULATOIRE

Une onde correspond à un flux d'énergie. On y observe éventuellement un mouvement, cela se traduit par un déplacement d'impulsion ou de signal, mais pas de matière. Pour la décrire il faut donner des informations sur la quantité d'énergie transportée, ainsi que son évolution spatiale et temporelle.

L'énergie.

Une onde étant un déplacement d'énergie, il convient d'identifier la source de cette énergie. La source transforme de l'énergie d'une forme particulière (mécanique, électrique, atomique, moléculaire, ...) en une vibration qui se déplace dans l'espace environnant. Une première caractéristique est l'énergie émise par la source (joules), ou si le phénomène dure, le débit d'énergie émise, c-à-d la puissance (watts).

La célérité.

La caractéristique suivante à considérer, est la vitesse à laquelle l'énergie va se déplacer dans le milieu ; on parle aussi de célérité de l'onde, à ne pas confondre avec la vitesse avec laquelle le milieu traversé va vibrer, dans le cas des ondes dans un milieu matériel. Cette vitesse dépend de la nature de la vibration dans le milieu et peut dépendre aussi de la fréquence de la vibration créée.

La dimension

L'énergie émise, en se déplaçant peut rester confinée autour d'un seul axe ; c'est le cas pour une perturbation sur une corde tendue ou un signal électrique dans un câble. L'onde est dite à une

¹ <https://lejournel.cnrs.fr/articles/a-detecte-des-ondes-gravitationnelles>

dimension. Une seule coordonnée spatiale suffit à la décrire. Si l'énergie ou la perturbation se répand sur une surface, on a une onde à 2 dimensions (les vagues sur un plan d'eau). Dans le cas général l'onde est tridimensionnelle, c'est le cas pour le son dans un espace libre ou la lumière.

La grandeur oscillatoire et types d'ondes (longitudinales ou transverses).

Désignons par $\psi(x,y,z,t)$ la grandeur oscillatoire en un point $M(x,y,z)$ à un instant t . Suivant le type d'onde considéré, $\psi(x,y,z,t)$ peut être une grandeur scalaire (une pression dans le cas du son, une densité de charge pour l'onde électrique) ou une grandeur vectorielle (le déplacement transverse d'une corde tendue, le champ électrique de l'onde électromagnétique).

Dans le cas d'une onde vectorielle, la direction d'oscillation constitue une caractéristique importante de l'onde. C'est le cas pour l'onde électromagnétique qui est une onde transverse : les champs oscillants (électrique et magnétique) sont orientés suivant des directions perpendiculaires à la direction de propagation. Une orientation stable suivant une direction transverse correspond à la polarisation rectiligne. Différentes situations peuvent se présenter. Certains milieux peuvent être biréfringents : la célérité de l'onde dépend de la direction de la polarisation.

Une onde est dite longitudinale si l'oscillation dans le milieu traversé se fait dans la direction de propagation de l'onde, c'est le cas pour l'onde acoustique dans un gaz.

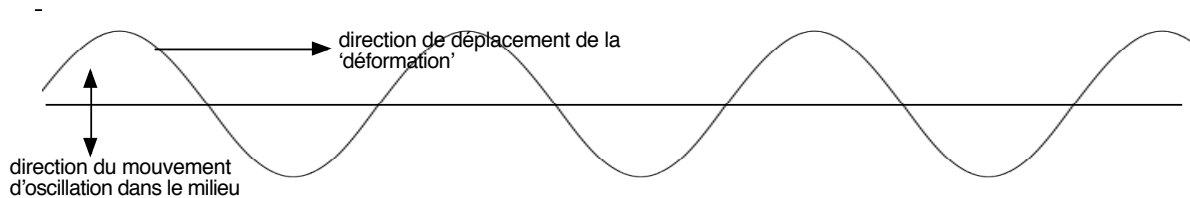


Fig. 5-1 : Onde transverse (ou transversale) : l'oscillation dans le milieu a lieu perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde.

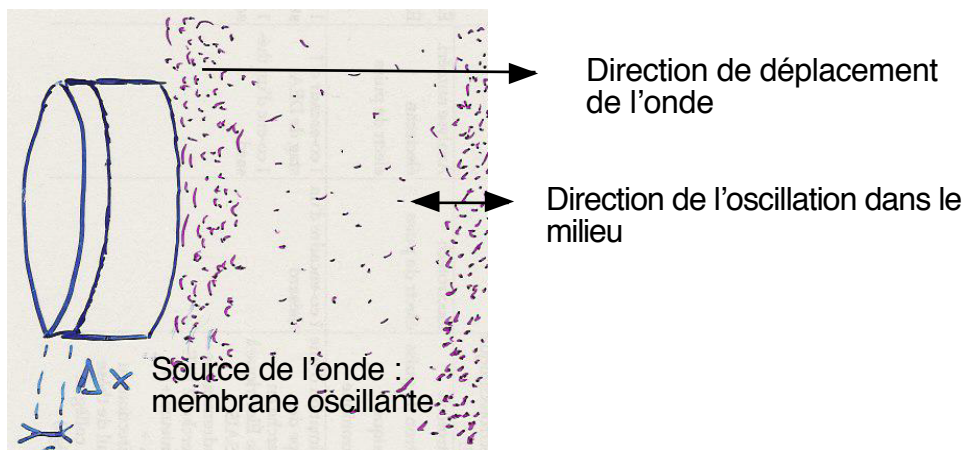


Fig. 5-2 : Onde longitudinale : le milieu vibre suivant la direction de propagation de l'onde.

Il existe un 3ème type d'ondes dites ondes de surface, observées à la frontière entre deux milieux. Un exemple typique est celui des ondes à la surface d'un liquide. Si la longueur d'onde est plus petite que la profondeur de la masse liquide, le mouvement de chaque particule est une combinaison de mouvements transversaux et longitudinaux. Loin de la surface c'est une onde longitudinale (de pression) qui se propage.

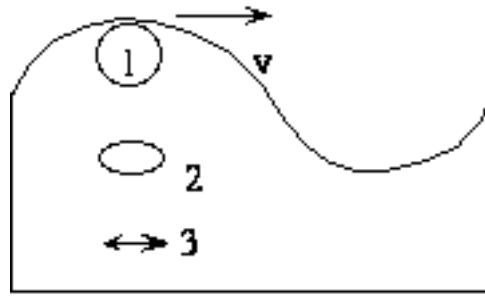


Fig. 5-3 : Onde de surface. Les mouvements des particules au voisinage de la surface d'un liquide le long de laquelle se propage une onde, sont une combinaison de mouvements longitudinaux et transversaux : un cercle en surface , une translation en profondeur.

4.2.3. ONDE PROGRESSIVE ET ONDE STATIONNAIRE

Une excitation sinusoïdale produite par la source crée dans le milieu environnant une Onde Progressive Sinusoïdale (OPS). Dans un milieu à une dimension comme une corde ou un fil électrique, cela se traduit par une variation sinusoïdale du paramètre $\psi(x,y,z,t)$. L'exemple illustré ci-après pourrait correspondre à une corde horizontale agitée en l'un de ses points suivant la direction verticale. Une déformation verticale prenant la forme d'une sinusoïde en mouvement apparaît.

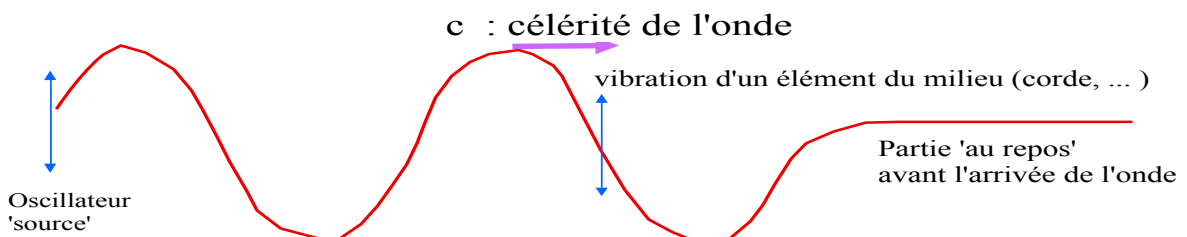


Fig. 5-4 : Onde transversale se propageant le long d'une corde. L'onde se déplace le long de la corde ; les points de la corde se déplacent perpendiculairement à celle-ci. Les crêtes de la sinusoïde qui apparaît se déplacent à une vitesse c (la célérité de l'onde)

L'onde ainsi générée est dite progressive : l'énergie (et donc l'onde) s'éloigne de la source.

Une onde continue ou périodique a pour origine une vibration. Dans le cas d'une corde tendue, considérons une vibration à laquelle serait soumise une extrémité de la corde. Chaque impulsion communiquée à la corde se propage d'un point à l'autre par l'intermédiaire des forces de cohésion entre les différentes parties de la corde. C'est par le même processus que des ondes mécaniques se propagent dans les milieux élastiques.

Dans le cas idéal où l'excitation est harmonique (fréquence ν , période T), l'onde résultante est sinusoïdale dans l'espace. Ses caractéristiques sont alors l'amplitude, les crêtes et les creux, la longueur d'onde λ)

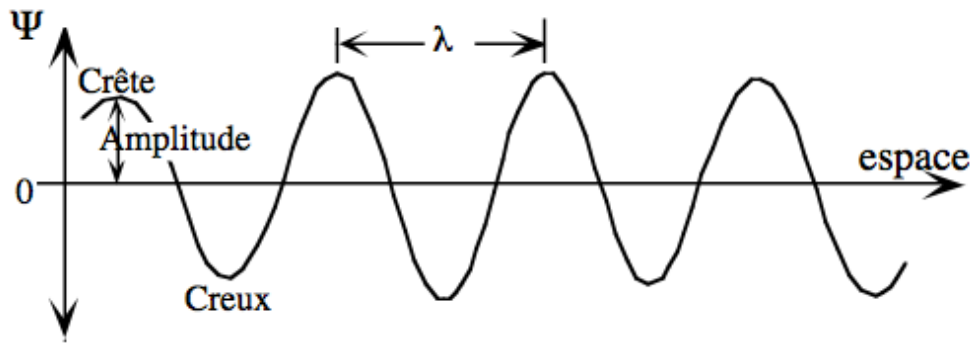


Fig. 5-5 : Quelques caractéristiques d'une onde sinusoïdale. Amplitude, Longueur d'onde notée λ .

La vitesse (ou célérité) c de l'onde est celle à laquelle les crêtes se déplacent. Cette vitesse, aussi appelée **vitesse de phase** est donnée par $c = \lambda \nu$. La vitesse de l'onde dépend en général des propriétés du milieu dans lequel l'onde se propage.

Une autre situation apparaît lorsque le milieu est limité. A la frontière, une onde réfléchie est générée. Dans certains cas, définis par les conditions précises aux limites, l'onde peut être totalement réfléchie. Plusieurs réflexions peuvent mener au confinement de l'énergie de l'onde dans une zone restreinte. L'onde peut devenir stationnaire : l'énergie ne se propage plus mais se répartit dans une zone limitée.

4.3. PROPAGATION DES ONDES

4.3.1. L'ÉQUATION D'ONDE

L'application des lois physiques liés au phénomène observé (compression, cisaillement, déformation d'une corde, variation de champ, ...) permet d'établir l'équation d'onde (ou équation de d'Alembert, établie pour la première fois pour une perturbation sur une corde tendue) :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \text{ dans le cas où la propagation est restreinte à une direction unique, l'axe des } x.$$

c est la célérité de l'onde. La solution générale a la forme suivante :

$$\psi(t, x) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

Le 1^{er} terme (fonction f) correspond à une perturbation se propageant vers les x positifs : le 2^{ème} terme (fonction g) correspond à une propagation vers les x négatifs.

Si l'excitation est une oscillation harmonique, alors la solution qu'on développera plus loin s'écrit

$\psi(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$. ω est la pulsation de l'excitation. k est un paramètre de l'onde (appelé nombre d'onde) et correspond au déphasage par unité de longueur des oscillations dans le milieu.

En réintroduisant la solution ci-dessus dans l'équation différentielle, on obtient la relation

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \text{ ou } k = \pm \frac{\omega}{c} \text{ appelée relation de dispersion.}$$

Si la propagation se produit dans toutes les directions, l'équation prend la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

qui s'écrit également en utilisant l'opérateur « laplacien » : $\nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$.

4.3.2. ÉQUATION DE PROPAGATION D'UNE PERTURBATION LE LONG D'UN MILIEU CONTINU À UNE DIMENSION

L'équation d'onde peut être établie comme suit pour le cas d'une perturbation se propageant sur un milieu à 1 dimension comme une corde élastique tendue. Soit $\psi(x, t)$, la perturbation sous la forme d'une impulsion transversale communiquée à l'extrémité de la corde.

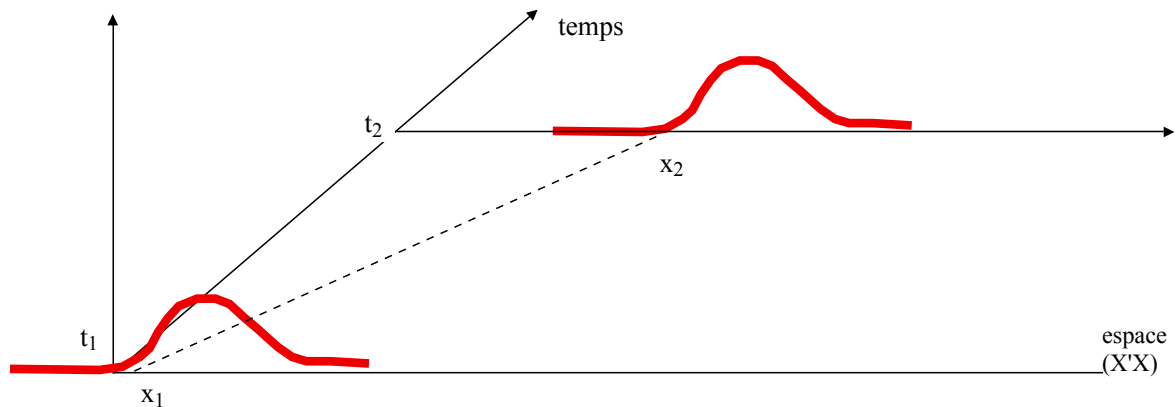


Fig. 5-6 : Propagation d'une perturbation le long d'un milieu à 1 dimension.

Soit c la célérité à laquelle se propage la perturbation (pour l'instant on ne sait pas ce qui détermine cette célérité). A l'instant t_1 , la perturbation est en x_1 , à t_2 , la perturbation est en x_2 . Le maximum se déplaçant à la célérité c , on a

$$(5.1) \quad x_2 - x_1 = c(t_2 - t_1) \text{ ou } x_2 - ct_2 = x_1 - ct_1 \text{ ou encore } t_2 - \frac{x_2}{c} = t_1 - \frac{x_1}{c}.$$

La perturbation considérée est donc fonction d'une variable $t - \frac{x}{c}$, soit $\Psi = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ pour la forme générale de l'équation d'une perturbation se dirigeant vers les x positifs. Pour une propagation

vers les x négatifs, on a $\Psi = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$.

Établissons maintenant une relation entre les dérivées partielles de $\psi = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$. On a successivement :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = f'\left(t - \frac{x}{c}\right), \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = f''\left(t - \frac{x}{c}\right), \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{c} f'\left(t - \frac{x}{c}\right) \text{ et } \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} f''\left(t - \frac{x}{c}\right).$$

On déduit la relation de propagation d'une perturbation

$$(5.2) \quad \boxed{\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}} \text{ appelée équation de d'Alembert.}$$

L'équation différentielle ci-dessus admet une solution générale de la forme

$$(5.3) \quad \Psi = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

qui correspond à une propagation dans les deux sens de l'axe considéré. Dans beaucoup de cas, on a besoin de ne considérer que la propagation vers les x positifs, soit $\Psi = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$. La forme de la fonction dépend des conditions initiales obtenues par $\psi = f(t)$ pour $x = 0$.

Nous pouvons appliquer le raisonnement ci-dessus aux phénomènes périodiques dans le temps et dans l'espace. Faisons pour cela l'hypothèse que la vitesse de propagation d'une déformation périodique ne dépend pas de la variation de ψ ; chaque composante sinusoïdale peut être alors considérée de manière indépendante. L'étude de la propagation d'une perturbation périodique se ramène alors à l'étude de la propagation de phénomènes sinusoïdaux. Soit l'oscillateur périodique $\psi(t) = A \sin(\omega t)$ au point $x = 0$. À un point d'abscisse x , on a

$$(5.4) \quad \psi = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \text{ ou } \psi = A \sin \left[\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

En tenant compte de la relation $\lambda = cT$, on a :

$$(5.5) \quad \psi = A \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right] = A \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{cT} \right) \right].$$

On voit que y est une fonction périodique dans le temps et dans l'espace. L'expression ci-dessus est la représentation d'une onde sinusoïdale progressive ou onde harmonique.

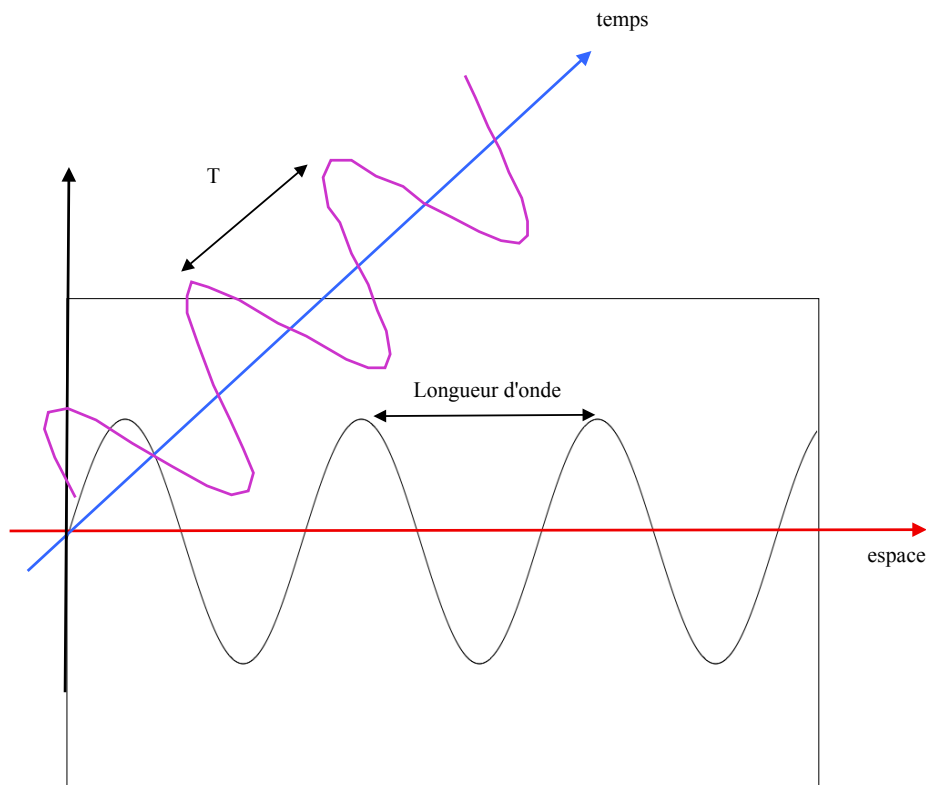


Fig. 5-7 : Onde progressive à 1 dimension. L'onde est périodique dans le temps et dans l'espace.

L'expression peut encore s'écrire $\psi = A \sin(\omega t - kx) = A \sin[2\pi(ft - \sigma x)]$ où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ est la constante de propagation ou nombre d'onde angulaire, $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ le nombre d'onde, f est la fréquence. La quantité $(\omega t - kx)$ est la fonction de phase (ou phase) de l'onde. La vitesse de phase (ou vitesse de la forme de l'onde) est donnée par :

$$(5.6) \quad V_\varphi = c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{k}}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{2\pi}{k} \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}.$$

De l'expression (5.5), on déduit que :

- le déphasage $\Delta\varphi$ du phénomène en un point d'abscisse x par rapport à l'origine est égal à
$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{x}{\lambda}$$
- et que le déphasage des phénomènes entre 2 points d'abscisses x_1 et x_2 , est égal à

$$(5.7) \quad \Delta\varphi = 2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda}. \text{ Les phénomènes sont}$$

- en phase si $\Delta\varphi = n 2\pi$ ou $x_2 - x_1 = n\lambda$ avec n entier;
- en opposition de phase si $\Delta\varphi = (2n + 1) \pi$ ou $x_2 - x_1 = (2n + 1) \lambda/2$.

Remarques : 1. En complexe, l'onde sinusoïdale s'écrit : $\tilde{\Psi}(x, t) = A e^{j(\omega t - kx)}$.

2. Certains ouvrages [le « Benson » par exemple] utilisent l'écriture $\psi = A \sin(kx - \omega t)$; c'est évidemment équivalent puisque $\sin(kx - \omega t) = \sin(\omega t - kx \pm \pi)$.

4.3.3. ONDE TRANSVERSALE SUR UNE CORDE TENDUE : ÉQUATION D'ONDE OBTENUE À PARTIR DE LA LOI DE NEWTON

L'équation de mouvement d'une onde peut être obtenue à partir de la seconde loi de Newton [Giancoli]. Considérons une corde tendue horizontalement par une force $\vec{T}$. Au repos, la corde se confond avec l'axe Ox . Une perturbation s'y propage et déforme légèrement celle-ci. Supposons que l'amplitude des déplacements reste petite par rapport à la longueur de la corde et que les mouvements des points de la corde sont verticaux (axe des y) ; soit $y(x, t)$ ce déplacement. Dans ces conditions, on peut considérer que $\vec{T}$ ne varie pas. Considérons un petit segment de longueur Δs , situé en un point M de la corde ; μ étant la masse linéique l'élément considéré a une de masse $\mu \Delta s$. La tangente à la corde aux extrémités du segment considéré, fait avec l'axe Ox des angles θ_1 et θ_2 qui restent petits, puisque l'amplitude y du mouvement est petite (figure ci-après). Dans l'analyse qui suit, nous négligeons l'action de la pesanteur ainsi que les phénomènes d'amortissement.

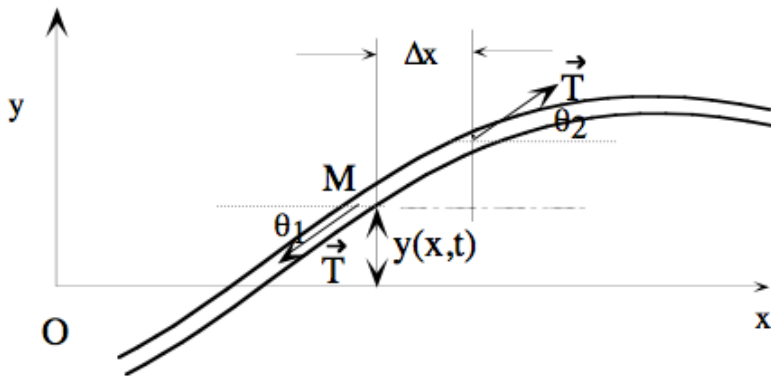


Fig. 5-8 : Forces agissant sur un élément de corde soumise à une perturbation qui se propage.

Dans les conditions énoncées ci-dessus, la longueur ds de l'élément de corde peut être assimilée à Δx .

Appliquons la 2ème loi de Newton $\sum F = m \gamma$ au mouvement vertical $y(x,t)$ d'un petit segment de longueur Δx , situé en un point M de la corde. La force verticale sur la section Δx de la corde est $T \sin \theta_2 - T \sin \theta_1$. La seconde loi de Newton permet d'écrire

$$(5.8) \quad T \sin \theta_2 - T \sin \theta_1 = (\mu \Delta x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad y \text{ étant le déplacement vertical.}$$

Les angles θ étant petits, on $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{dy}{dx} = p$ (pente de la corde). On obtient :

$$(5.9) \quad T (p_2 - p_1) = (\mu \Delta x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \text{ où } T \frac{\Delta p}{\Delta x} = \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

Prenons la limite $\Delta x \rightarrow 0$ sorte que

$$T \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta x} = T \frac{\partial p}{\partial x} = T \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) = T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \text{ Après remplacement, on obtient :}$$

$$(5.10) \quad T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Nous avons vu précédemment que la vitesse de propagation des ondes sur une corde est donnée par $c = \sqrt{T/\mu}$. Nous obtenons l'équation de propagation

$$(5.11) \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}.$$

L'équation (5.11) décrit aussi les ondes longitudinales de faible amplitude dans les gaz, les liquides ou solides élastiques. Au déplacement y ci-dessus, correspond alors une variation de pression. L'équation d'onde décrit également les ondes électromagnétiques ; le paramètre est alors le champ électrique ou le champ magnétique.

4.3.5. RÉFLEXION - TRANSMISSION

Une onde qui rencontre un obstacle ou une discontinuité du milieu, est partiellement réfléchi. Considérons le cas d'une perturbation se propageant le long d'une corde. Lorsque l'impulsion arrive à l'extrémité de la corde attachée à un support, celle-ci exerce une force vers le haut et le support oppose une force vers le bas. La force exercée par le support crée l'impulsion réfléchi inverse. L'inversion de l'impulsion correspond à un changement de phase de 180° . Dans le cas où l'extrémité de la corde est libre, il n'y a pas de force opposée à celle liée à l'impulsion. La corde tend alors à se déplacer plus. Le bout de la corde dont le déplacement est accentué, crée une impulsion non inversée par rapport à l'impulsion incidente ; dans ce cas il n'y a pas de changement de phase.

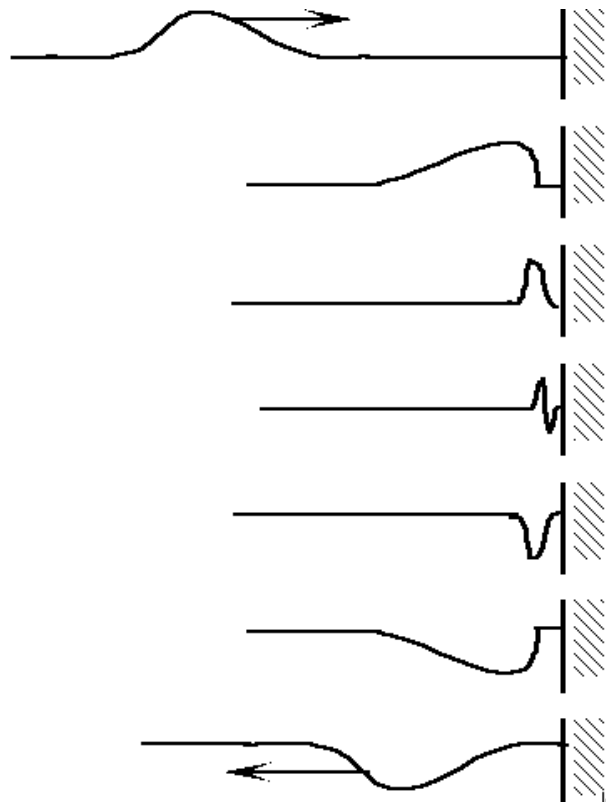


Fig. 5-9 : Déformation transversale sur une corde, réfléchi par l'extrémité fixe de celle-ci.

Dans le cas où la corde n'est pas fixée à un mur rigide, mais à une section de corde plus lourde, la perturbation est partiellement transmise (figure ci-dessus).

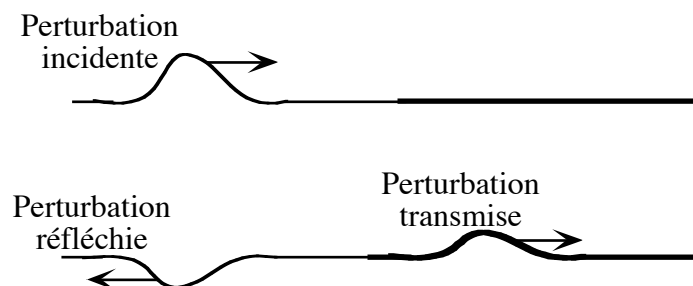


Fig. 5-10 : Réflexion d'une perturbation à la jonction entre 2 éléments de corde de masses linéiques différentes. Si la réflexion a lieu sur un élément plus lourd; il y a changement de phase ; dans le cas contraire, la phase ne change pas.

La réflexion d'une onde s'accompagne en général d'une atténuation par absorption d'une partie de l'énergie de l'onde. Dans le cas d'une onde à 2 ou 3 dimensions, on introduit la notion de front d'onde qui correspond au lieu des points qui ont la même phase d'oscillation à un instant donné. Le front d'onde est une ligne pour une onde à 2 dimensions (sur un plan) et une surface pour une onde à 3 dimensions (l'onde se propage dans les 3 directions de l'espace). Un cas simple à traiter est celui de la réflexion d'une onde plane (le front d'onde est plan). L'onde se propage le long d'une direction normale au front d'onde ; cette direction correspond au « rayon » utilisé en optique ou plus

généralement, en électromagnétisme. L'**angle d'incidence** θ_i est défini comme l'angle entre la normale entre la surface de la discontinuité et le rayon incident. La réflexion de l'onde se fait suivant un angle θ_r tel que $\theta_r = \theta_i$.

4.3.6. LA RÉFRACTION

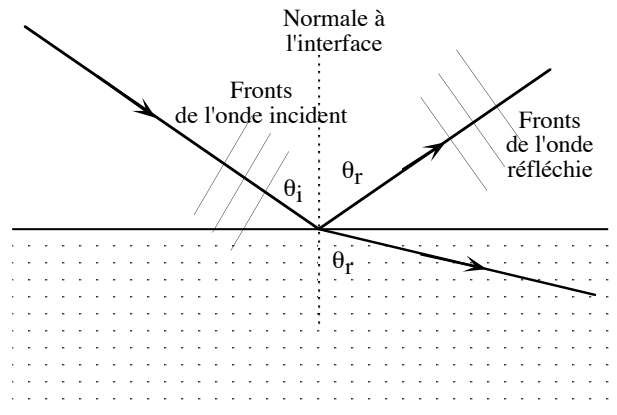


Fig. 5-11 : Lois de la réflexion et de la réfraction d'une onde plane à l'interface entre 2 milieux.

Lorsqu'une onde rencontre une discontinuité dans le milieu dans lequel elle se propage, nous avons vu qu'il y a réflexion. La partie non réfléchi de l'onde est soit absorbée, soit transmise. La vitesse de propagation dans le deuxième milieu est différente, et dans le cas d'une onde à 2 ou 3 dimensions, il y a changement de direction de propagation. Ce phénomène s'appelle la **réfraction**.

La loi de réfraction d'une onde passant d'un milieu 1 (vitesse v_1) à un milieu 2 (vitesse v_2) est la suivante :

$$(5.12) \quad \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_2}{v_1}.$$

4.3.7. INTERFÉRENCES

Il y a interférence quand 2 ondes se superposent dans une même région de l'espace. La figure ci-après montre l'interférence entre 2 impulsions ondulatoires.

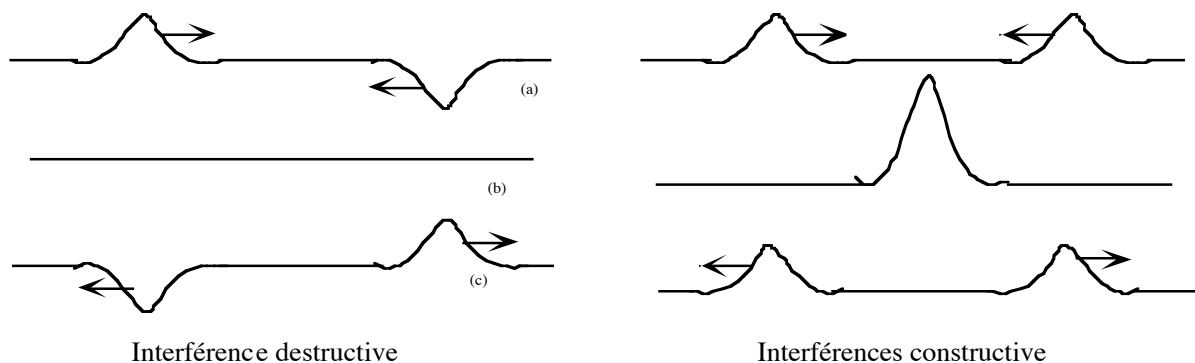


Fig. 5-12 : Interférence entre 2 perturbations se propageant en sens inverses sur une corde tendue.

L'interférence entre deux perturbations ondulatoires se produit pendant le bref instant de superposition des impulsions. Dans le cas d'une onde sinusoïdale, le résultat de l'interférence apparaît de façon permanente. L'interférence peut être constructive si les 2 ondes ont la même phase au même point, destructive si elles sont en opposition de phase (déphasage de 180°) et partielle dans un cas intermédiaire.

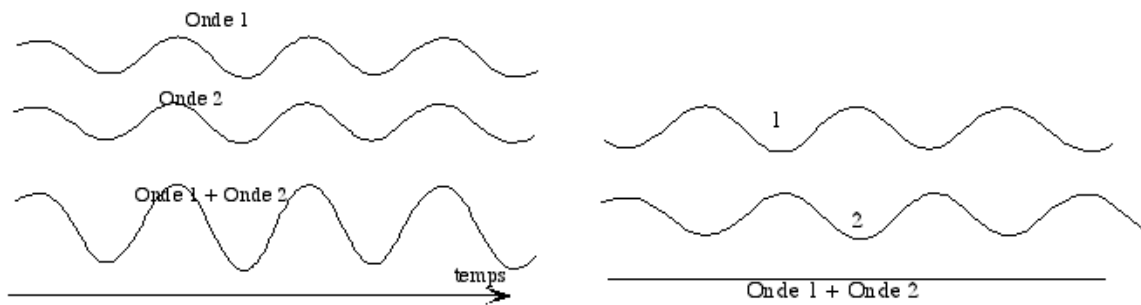


Fig. 5-13 : Interférence de 2 ondes sinusoïdales

4.3.8. DIFFRACTION

Lorsqu'une onde à 2 ou 3 dimensions rencontre un obstacle, elle contourne partiellement celui-ci pour se propager dans la zone 'cachée'. L'importance du phénomène dépend des tailles relatives de la longueur d'onde et de l'obstacle. Les très petits objets modifient peu l'onde alors que derrière les objets de grande dimension une zone non accessible à l'onde existe.

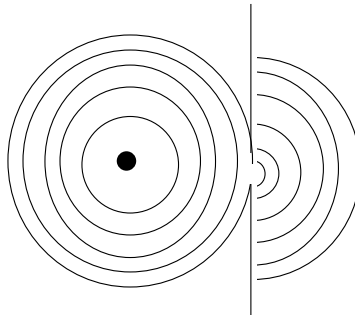


Fig. 5-14 : Diffraction d'une onde à travers une ouverture.

4.3.9. SURFACES D'ONDE

Dans le cas d'une onde à deux dimensions, les points du milieu qui oscillent en phase, forment des lignes qu'on appelle front d'onde ; c'est la ligne de crête de la vague qui nous est familière.

Dans le cas d'une onde tridimensionnelle, les points de même phase de vibration sont les surfaces d'onde ou **fronts d'onde** qui peuvent être plans, sphériques ou avoir une autre forme. Dans le cas d'une onde à trois dimensions, créée par une source ponctuelle et se propageant dans un milieu homogène et isotrope, les fronts d'onde ont une forme sphérique. Pour les cas où le rayon de l'onde est très grand et pour une région limitée de l'espace, **l'onde sphérique** peut être assimilée à une **onde plane** ; l'onde plane se propage suivant une direction définie et son étendue transverse (dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation) est infinie.

4.4. ONDES STATIONNAIRES

Lorsqu'une onde progressive se superpose avec l'onde réfléchi, il se produit une interférence. Les fréquences auxquelles les ondes stationnaires se produisent sont les fréquences naturelles ou de résonance du milieu (corde, piston à gaz, poutre, ...). Le phénomène d'interférence fait apparaître des points où la vibration s'annule (nœuds) et des points où l'amplitude est maximale (ventres ou anti nœuds).

Les ondes stationnaires se produisent aux fréquences naturelles (ou fréquences propres) de la structure considérée (corde, poutre élastique, gaz dans un tuyau, ...). C'est un phénomène de résonance

qu'il est facile d'observer sur une corde tendue. Aux fréquences propres, il faut peu d'effort pour conférer au milieu une grande amplitude. La fréquence la plus basse de vibration est appelée fréquence fondamentale. Dans le cas d'une corde tendue, c'est celle pour laquelle la longueur de la corde est égale à une demi-longueur d'onde. Dans ce cas l'onde stationnaire présente un seul ventre et deux nœuds (figure). Les autres fréquences de résonance sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale. Les ondes stationnaires correspondent aux cas où il est possible de disposer le long de la corde un nombre entier de demi longueurs d'onde, soit pour une corde de longueur L :

$$(5.13) \quad L = n \frac{\lambda_n}{2}$$

n correspond au numéro de l'harmonique. En inversant la relation ci-dessus, et en tenant compte de l'expression pour la vitesse de propagation d'une perturbation ou d'une onde le long d'une corde, on obtient l'expression suivante pour les fréquences des ondes stationnaires :

$$(5.14) \quad f = n \frac{v}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F_t}{\mu}}$$

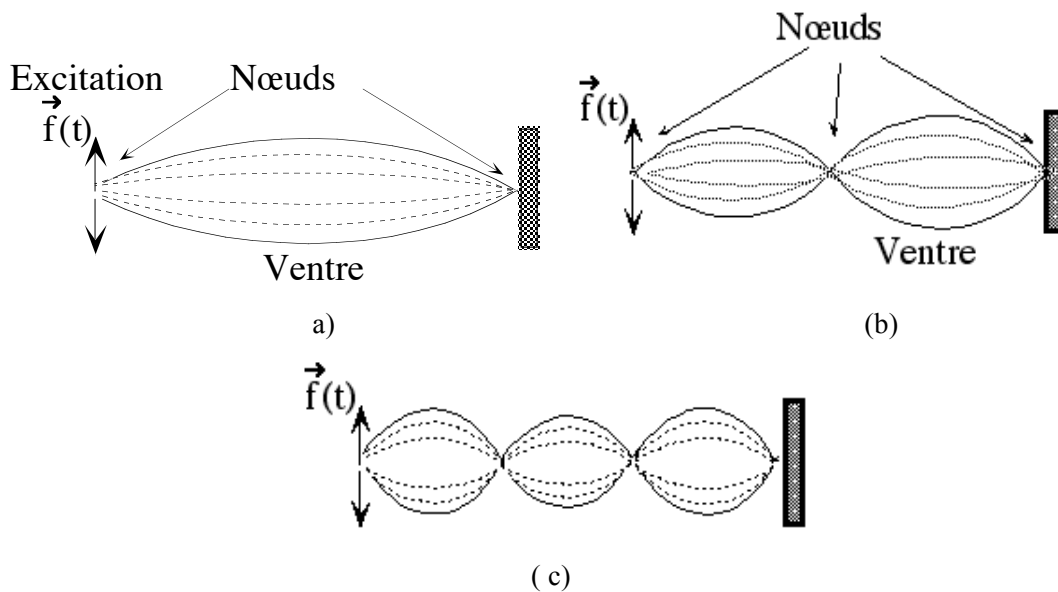


Fig. 5-15 : Ondes stationnaires le long d'une corde de longueur L , excitée aux fréquences de résonance. En pratique, pour faire apparaître les fréquences propres, on peut utiliser une corde fixée aux 2 extrémités et exciter la corde en un endroit

quelconque. (a) Fondamentale (ou 1ère harmonique) $L = \frac{1}{2} \lambda_1$ (b) 2ème

harmonique $L = \lambda_2$ (c) 3ème harmonique $L = \frac{3}{2} \lambda_3$

Considérons une corde élastique disposée suivant un axe $X'OX$ soumise à des déformations transversales. L'expression pour les mouvements des différents points d'une corde en présence d'une onde stationnaire peut être obtenue en additionnant les 2 ondes progressives, incidente et réfléchie, qui sont à son origine. Soit $u_i(x,t)$ le déplacement des points de la corde dû à l'onde incidente. $u_i(x,t)$ est décrit par l'expression $u_i = U_i \sin(\omega t - kx)$

Pour l'onde réfléchie, on a : $u_r = U_r \sin(\omega t + kx)$ en supposant qu'il n'y a pas d'amortissement et que l'onde est totalement réfléchie. La superposition des 2 ondes donne une onde d'amplitude :

$$(5.1) \quad u(x,t) = u_i + u_r = U [\sin(\omega t - kx) + \sin(\omega t + kx)] \quad \text{ou}$$

$$u(x,t) = 2U [\sin(\omega t) \cos(kx)]$$

Dans le cas où on impose une amplitude nulle aux deux extrémités (à $x = 0$ et $x = L$), l'équation ci-dessus sera vérifiée pour $kL = n\pi$, n étant un nombre entier. Cette condition est celle des ondes stationnaires. Le mouvement d'un point de la corde est alors un mouvement harmonique simple et tous les points de la corde vibrent à la même fréquence. L'amplitude de la vibration dépend de la position le long de la corde et certains points restent immobiles (les nœuds mentionnés plus haut). L'amplitude maximale est obtenue pour les positions x telles que $x = \lambda/4, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$

D'un point de vue énergétique, dans le cas de l'onde stationnaire, l'énergie ne se propage pas le long du milieu, mais est répartie à l'intérieur de celui-ci. La répartition ne varie pas dans le temps.

4.5. ÉNERGIE TRANSPORTÉE PAR LES ONDES

4.5.1. ÉNERGIE D'UNE ONDE MÉCANIQUE

Une onde étant la manifestation du mouvement d'un grand nombre d'oscillateurs couplés, il suffit pour déterminer l'énergie associée, d'exprimer les énergies de ces oscillateurs. Prenons le cas d'oscillateurs mécaniques de type m - k vibrant à la fréquence f avec une amplitude A ; l'énergie cinétique maximale (égale aussi à l'énergie totale) de l'oscillateur élémentaire est alors égale à :

$$(5.2) \quad E = \frac{1}{2} m V^2 \text{ avec } V = \omega A = 2\pi f \cdot A, \text{ soit } E = 2\pi^2 m f^2 A^2.$$

Pour une onde se propageant à travers un milieu élastique, l'énergie peut être évaluée en supposant que l'étendue transverse de l'onde se limite à une section de surface S . Soit L la distance parcourue par l'onde pendant un intervalle de temps Δt ; on a alors $L = c \Delta t$, c étant la célérité de l'onde.

Si on désigne par ρ la masse par unité de volume du milieu traversé, la masse m mise en mouvement par l'onde pendant un temps Δt est égale à $\rho SL = \rho S c \Delta t$. L'énergie de l'onde dans le volume est donc

$$(5.3) \quad E = 2\pi^2 \rho S c \Delta t f^2 A^2 = \frac{1}{2} \rho S \omega^2 A^2 c \Delta t.$$

Remarque : Pour une onde à une dimension, l'amplitude et l'intensité ne diminuent pas avec la distance. En pratique il y a évidemment une diminution due à la friction dans le cas d'une onde se propageant le long d'une corde ; l'énergie de l'onde se transforme progressivement en énergie thermique. La loi du carré inverse est modifiée également par les réflexions sur les surfaces (le sol pour une onde sonore).

4.5.2. PUISSANCE MOYENNE ET INTENSITÉ D'UNE ONDE.

E correspond à l'énergie moyenne qui pénètre dans une région donnée pendant l'intervalle de temps Δt . La puissance moyenne de l'onde est donc :

$$(5.4) \quad P_{\text{moy}} = \frac{E}{\Delta t} = 2\pi^2 \rho S c f^2 A^2.$$

Une autre notion utile à considérer est l'intensité I de l'onde qui est égale à la puissance moyenne transférée par unité de surface perpendiculaire à la direction de propagation, soit

$$(5.5) \quad I \left[W m^{-2} \right] = 2\pi^2 \rho c f^2 A^2 = \frac{1}{2} \rho c \omega^2 A^2.$$

4.5.3. ÉNERGIE D'UNE ONDE SPHÉRIQUE.

Pour une onde à une dimension se propageant sans perte, l'amplitude et l'intensité ne diminuent pas avec la distance. Dans le cas d'une propagation dans les trois dimensions de l'espace, l'énergie est distribuée sur une surface qui augmente avec la distance. Considérons une onde sphérique (son, lumière) issue d'une source ponctuelle S se propageant dans un milieu isotrope.

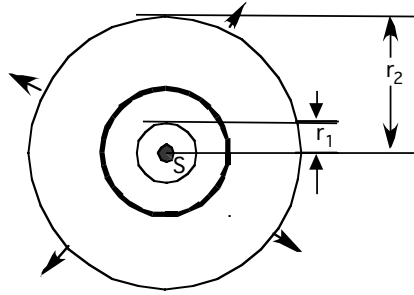


Fig. 5-16 : Onde se propageant dans l'espace à trois dimensions.

L'énergie totale E (en l'absence d'amortissement) se conserve et se répartit sur une sphère de surface $S = 2\pi r^2$. L'amplitude de l'onde décroît, mais l'énergie restant inchangée, on peut écrire en utilisant l'expression de la puissance ci-dessus :

$$(5.6) E(r_1) = E(r_2) \text{ ou } S_1 \cdot A_1^2 = S_2 \cdot A_2^2 \text{ ou encore } r_1^2 \cdot A_1^2 = r_2^2 \cdot A_2^2.$$

On voit que l'amplitude décroît avec la distance suivant :

$$(5.7) \frac{A_2}{A_1} = \frac{r_1}{r_2} \text{ et avec les intensités suivant } \frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}.$$

Cette loi en inverse des carrés des distances est modifiée par l'atténuation due à l'absorption et la dispersion ainsi que par les réflexions sur les surfaces rencontrées (le sol pour une onde sonore).

4.5.4. ATTÉNUATION DES ONDES.

Lorsqu'une onde progressive pénètre dans un milieu absorbant, l'énergie vibratoire est progressivement transformée en chaleur ; l'intensité de l'onde décroît avec la distance parcourue. L'expérience et la théorie permettent d'établir que, dans le cas général, l'intensité I de l'onde passant à travers une épaisseur élémentaire dx d'un milieu absorbant homogène et isotrope diminue suivant la relation

$$(5.8) dI = -\alpha I dx \text{ où } \alpha [m^{-1}] \text{ est le coefficient linéique d'absorption du milieu.}$$

En désignant par l'intensité intrant dans le milieu absorbant, on en déduit la loi d'évolution de l'intensité de l'onde dans le milieu absorbant (loi de Beer-Lambert) :

$$(5.9) \frac{dI}{I} = -\alpha dx \text{ et } \ln \frac{I}{I_0} = -\alpha x \text{ soit } I = \exp(-\alpha x).$$

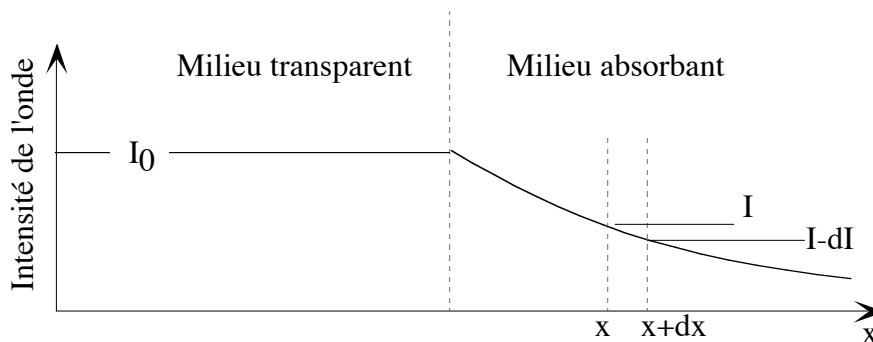


Fig. 5-17 : Passage d'une onde dans un milieu absorbant.

En général le coefficient α varie avec la longueur d'onde. On observe alors une absorption sélective des ondes que l'on introduit dans le milieu ; c'est ce phénomène que l'on rencontre en optique avec les cristaux multicolores.

4.6. ONDES MODULÉES, PAQUETS D'ONDES ET IMPULSIONS

4.6.1. INTRODUCTION

Une onde réelle ne peut en pratique être parfaitement monochromatique ; le principe de Fourier lui ferait correspondre un phénomène de durée infinie. Les ondes et oscillations réelles sont constituées d'une superposition d'ondes sinusoïdales d'amplitudes différentes. Le phénomène de battement, résultant de la superposition de deux ondes de fréquences voisines a été décrit précédemment. On peut montrer que les ondes réelles, et donc de durée finie, peuvent être analysées comme la superposition d'un nombre fini d'ondes sinusoïdales. En considérant des durées faibles (de l'ordre de la seconde ou moins) on arrive à des ondes impulsionnelles ou paquets d'onde qui sont d'un grand intérêt puisque rencontrées fréquemment. Un exemple de paquet d'onde est donné par la perturbation introduite à la surface d'un liquide par une brève excitation (un caillou qu'on y jette). Une observation attentive du paquet d'onde permet de constater que les maxima et minima de l'onde ne gardent pas une position fixe par rapport au centre du paquet. Pour expliquer ce comportement, il faut introduire les notions de vitesse de groupe et vitesse de phase. Le rappel ci-dessous est inspiré de [Crawford.72].

4.6.2. FORMES TEMPORELLE D'ONDES

1.1.1. ONDE SINUSOÏDALE

L'onde la plus simple est l'onde sinusoïdale se propageant dans un milieu à une dimension : corde élastique, onde acoustique dans une tube creux, câble électrique ... Une telle onde est produite par une excitation sinusoïdale à un endroit dans le milieu. Son expression a déjà été évoquée :

$$u(x,t) = A \sin(\omega t - kx).$$

1.1.2. ONDE COMPOSITE

L'équation d'onde pour les faibles amplitudes étant une équation linéaire, le principe de superposition s'applique. L'onde résultant de la superposition de plusieurs ondes se propageant simultanément est la somme des différentes ondes ; une telle onde est appelée onde composite. Il résulte du principe de superposition que 2 ondes de faible amplitude, se propagent dans le même milieu de façon indépendante.

Il est possible, à l'inverse, de montrer que toute onde composite peut être considérée comme la superposition de plusieurs ondes sinusoïdales simples de différentes fréquences et amplitudes. C'est le principe de la transformée de Fourier.

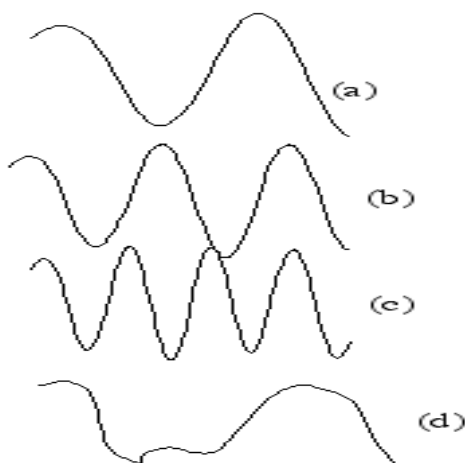


Fig. 5-18 : Onde composite (d) obtenue par superposition de 3 ondes sinusoïdales (a), (b) et (c).

Dans certains milieux, les ondes de différentes fréquences se propagent à des vitesses différentes ; c'est le phénomène de dispersion. Une onde composite change de forme lorsqu'elle se propage dans un milieu dispersif. Il est possible, à l'inverse, de montrer que toute onde composite peut être considérée

comme la superposition de plusieurs ondes sinusoïdales simples de différentes fréquences et amplitudes. C'est le principe de la transformée de Fourier.

Dans certains milieux, les ondes de différentes fréquences se propagent à des vitesses différentes ; c'est le phénomène de dispersion. Une onde composite change de forme lorsqu'elle se propage dans un milieu dispersif.

1.1.3. PAQUET D'ONDE OU IMPULSION

Lorsque l'excitation du milieu dure un temps bref (un petit nombre de périodes d'oscillations), il se forme une perturbation qui se propage dans le milieu. C'est un paquet ou train d'ondes.

1.1.4. TRAIN D'ONDES PÉRIODIQUE

Lorsque l'excitation brève se répète, il se forme un train d'impulsions.

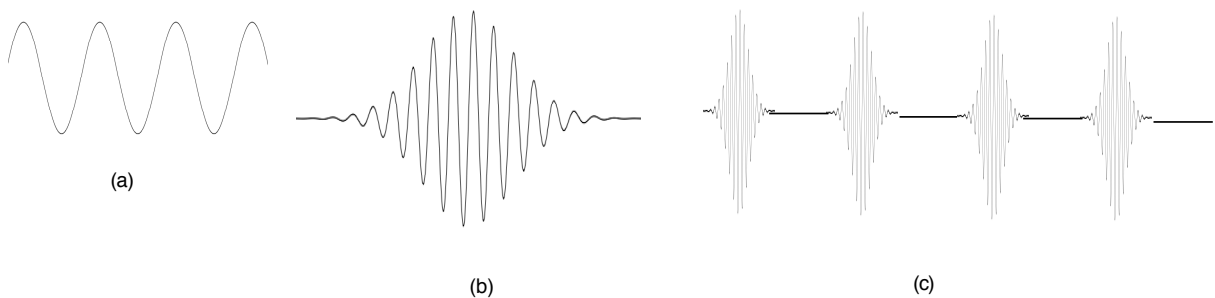


Fig. 5-19 : Formes d'ondes. (a) Onde sinusoïdale ; (b) Paquet d'ondes ; (c) Train d'ondes périodique.

4.6.3. VITESSE DE GROUPE

La vitesse de groupe est la vitesse de déplacement du paquet d'onde dans son ensemble et donc de l'énergie qui lui est associée. Pour introduire quantitativement la vitesse de groupe, on considère le cas d'une oscillation modulée, obtenue par superposition de deux oscillations de pulsations ω_1 et ω_2 voisines. L'amplitude de l'oscillation résultante est décrite par le produit :

$$(5.10) \quad a = 2A \cos(\omega_{\text{mod}} t) \cos(\omega_M t)$$

$$\text{avec } \omega_{\text{mod}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \quad \text{et} \quad \omega_M = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}.$$

Les fréquences étant voisines, l'équation ci-dessus correspond à une oscillation quasi-harmonique de pulsation ω_M dont l'amplitude est modulée par la fonction $\cos(\omega_{\text{mod}} t)$.

Pour obtenir une onde progressive à amplitude modulée, il suffit de refaire le même développement que ci-dessus en remplaçant la phase (ωt) de l'oscillation par la phase $(\omega t - kz)$ de l'onde correspondante. L'onde modulée est caractérisée par une pulsation $\omega_M = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ et un nombre d'onde $k_M = \frac{k_1 + k_2}{2}$. La fonction de modulation s'écrit :

$$(5.11) \quad 2A \cos(\omega_{\text{mod}} t - k_{\text{mod}} z) \quad \text{avec} \quad \omega_{\text{mod}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \quad \text{et} \quad k_{\text{mod}} = \frac{k_1 - k_2}{2}.$$

À quelle vitesse se déplace la modulation ?

Cette vitesse est obtenue en écrivant $\omega_{\text{mod}} dt - k_{\text{mod}} dz = 0$, soit :

$$(5.12) \quad V_{\text{mod}} = \frac{\omega_{\text{mod}}}{k_{\text{mod}}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2}.$$

Un milieu quelconque est caractérisé par une relation de dispersion $\omega = \omega(k)$. La vitesse de modulation est donc donnée dans le cas général de propagation le long d'un milieu dispersif par la relation :

$$(5.13) \quad V_{\text{mod}} = \frac{\omega(k_1) - \omega(k_2)}{k_1 - k_2} = \frac{d\omega}{dk} + \dots \text{ les dérivées étant calculées pour la valeur}$$

k_{mod} . Dans les cas fréquents où les pulsations considérées sont voisines, les dérivées d'ordre supérieur peuvent être négligées. La grandeur $d\omega/dk$ est appelée **vitesse de groupe**

$$(5.14) \quad V_g = \frac{d\omega}{dk}.$$

L'onde modulée est caractérisée par un autre paramètre, la vitesse de phase :

$$(5.15) \quad V_\varphi = \frac{\omega_M}{k_M} \text{ avec } \omega_M = \frac{1}{2} (\omega_2 + \omega_1) \text{ et } k_M = \frac{1}{2} (k_2 + k_1).$$

Nous pouvons obtenir la **vitesse de phase** et de groupe à partir de la relation de dispersion. Nous avons vu que pour un système de pendules couplés, la relation de dispersion est donnée par l'expression :

$$(5.16) \quad \omega_2 = \omega_0^2 + \frac{2K}{m} \sin^2 \frac{ka}{2}.$$

Pour chaque cas particulier, une relation de dispersion peut être obtenue. Par exemple pour une onde se propageant à la surface d'un liquide, on trouve :

$$(5.17) \quad \omega^2 = gk + \frac{T}{\rho} k^3.$$

Remarque : L'énergie transportée par une onde modulée se déplace à la vitesse de groupe. La vitesse de phase ne correspond pas à un déplacement matériel et peut d'ailleurs être supérieure à la vitesse de la lumière sans que cela remette en cause la théorie de la relativité.

4.6.4. IMPULSIONS ET PAQUETS D'ONDE

Lorsque la durée d'un mouvement ondulatoire est courte, nous avons des impulsions. Une impulsion peut être considérée comme la superposition d'un grand nombre d'ondes sinusoïdales toutes d'amplitudes égales, de phase nulle et distribuée uniformément dans une bande de fréquence $[\omega_1, \omega_2]$.

La durée de l'impulsion, définie comme l'intervalle de temps Δt entre le moment où toutes les oscillations sont en phase et l'instant où elles sont toutes uniformément distribuées dans l'intervalle de phase 2π . Il en résulte que la durée de l'impulsion et la largeur de bande $\Delta\omega$ sont reliées par :

$$(5.18) \quad \Delta\omega \Delta t \approx 2\pi \text{ ou } \Delta\nu \Delta t \approx 1$$

Cette relation n'est vérifiée que si les phases des ondes diffèrent d'une quantité appropriée. Dans le cas limite où les phases sont quelconques, l'impulsion n'est pas reconnaissable.

4.6.5. IMPULSIONS : ANALYSE DE FOURIER

L'analyse fréquentielle faite plus haut pour les vibrations, peut être généralisée aux ondes. C'est ainsi qu'une onde de durée finie, ou impulsion peut être obtenue par superposition d'un grand nombre de composantes sinusoïdales, en phase entre elles et de fréquences distribuées uniformément dans un intervalle donné. Considérons les N ondes suivantes $A \cos(\omega_1 t)$, $A \cos[(\omega_1 + \delta\omega)t]$, $A \cos[(\omega_1 + 2\delta\omega)t]$,

..., $A \cos(\omega_2 t)$, avec $\delta\omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{N-1}$. L'addition de toutes ces ondes nous donne une onde de la forme :

$$(5.19) \quad \Phi(t) = A(t) \cos(\omega_M t) \text{ avec}$$

$$(5.20) \quad A(t) = A \frac{\sin\left(\frac{1}{2} N \delta\omega t\right)}{\sin\left(\frac{1}{2} \delta\omega t\right)} \quad \text{et} \quad \omega_M = \frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1).$$

En faisant tendre $\delta\omega$ vers 0 (et donc N vers l'infini) tout en gardant l'intervalle $[\omega_1, \omega_2]$, on obtient

$$(5.21) \quad \Phi(t) = \frac{A(0)}{\Delta\omega} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos(\omega t) d\omega \quad \text{avec} \quad \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1.$$

Il est possible de généraliser ce résultat en représentant une onde non périodique par une superposition continue de composantes $A(\omega) \cos \omega t$, ou intégrale de Fourier qui s'écrit :

$$(5.22) \quad \Phi(t) = \int_0^{\infty} A(\omega) \sin(\omega t) d\omega + \int_0^{\infty} B(\omega) \cos(\omega t) d\omega.$$

L'analyse qui a été faite pour les oscillations peut être extrapolée ici pour les ondes.

L'onde impulsionnelle résultant de la superposition d'un ensemble d'ondes ayant entre elles une relation de phase, de telle façon que le résultat global observable soit une perturbation limitée dans le temps est appelée un paquet d'ondes. Un paquet d'ondes voyage à la vitesse de groupe. Le paquet présente un nombre d'onde dominant $k_M = k(\omega_M)$ correspondant à une pulsation ω_M située au milieu de la plage considérée. À la bande de fréquence $\Delta\omega$ correspond une bande de nombres d'onde Δk obtenue par la relation :

$$(5.23) \quad \Delta k = \left(\frac{dk}{d\omega} \right) \Delta\omega = \frac{\Delta\omega}{v_g}, \text{ la dérivée étant calculée au centre de bande.}$$

Un paquet d'ondes présente une étendue spatiale limitée à

$$\Delta z = v_g \Delta t, \Delta t \text{ étant la durée à mi-hauteur de l'impulsion correspondante.}$$

Remarque : Lorsque le milieu de propagation est dispersif, l'impulsion ne garde pas la même durée.

4.7. ANNEXES DU CHAPITRE 4 (INTRODUCTION AUX ONDES)

4.7.1. CÉLÉRITÉ D'UNE IMPULSION SUR UNE CORDE TENDUE : UN MODÈLE SIMPLIFIÉ

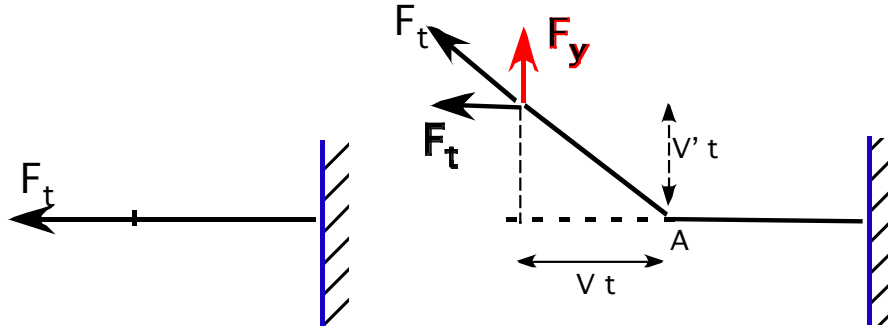


Fig. 5-20 : Propagation d'une impulsion ondulatoire sur une corde tendue [[Giancoli.89]]

Pour une onde se propageant le long d'une corde tendue, des déformations de faible amplitude se propagent à la vitesse $v = \sqrt{F_t/\mu}$, où F_t est la tension de la corde et μ la masse linéique de la corde. On peut démontrer cette relation avec des considérations mécaniques en considérant le cas simple d'une corde soumise à une tension F_t . A instant donné, une force F_y tire la corde perpendiculairement à son axe (soit $y'y$) à une vitesse v' . A un instant t plus tard, la perturbation s'est propagée jusqu'à un point A, tel que à gauche de A les points se déplacent vers le haut à la vitesse v' et à droite de A, les points sont immobiles (figure).

Des raisons géométriques simples (triangles semblables) permettent d'écrire la relation suivante valable pour des petits déplacements : $\frac{F_t}{F_y} = \frac{v}{v'}$. L'impulsion totale transférée verticalement à la corde jusqu'à l'instant t , est égale à $F_y t = \frac{v'}{v} F_t t$, mais également à la masse du segment de corde déplacé vers le haut multiplié par sa vitesse v' .

On peut donc écrire $\frac{v'}{v} F_y t = (\mu vt) v'$. On en déduit la vitesse

$$(5.24) \quad v = \sqrt{\frac{F_t}{\mu}}.$$

4.7.2. LE MASCARET, OU COMMENT SURFER SUR UN PAQUET D'ONDES

Un mascaret se présente sous la forme d'une série de quelques vagues de grande hauteur qui se forme à l'embouchure de certaines rivières à l'époque des grandes marées lorsque certaines conditions sont réunies. Ces vagues peuvent atteindre 2 à 3 mètres de hauteur. Elles peuvent remonter la rivière sur plusieurs kilomètres. La vitesse de déplacement dépend de la hauteur d'eau (et donc de la profondeur de la rivière), soit approximativement $\sqrt{gH}$ et varie entre 10 et 20 km/h. En France, le phénomène est observé en Gironde, sur la Garonne et la Dordogne (<http://www.obs.u-bordeaux1.fr/mascaret/index.html>). Ce phénomène rend possible la remontée de la rivière en surfant sur la crête du paquet d'ondes