

3.4 – Propriétés spectrales des FAISCEAUX LASER.

3.4 - 1 INTRODUCTION

Un LASER produit de l'énergie sous la forme d'une onde électromagnétique aux propriétés spectrales particulières qui s'expliquent par un ensemble de phénomènes liés au matériau-source et à l'environnement dans lequel celui-ci est placé. Si on considère l'ensemble du spectre électromagnétique, on dispose en pratique de raies laser dans une partie limitée du spectre. La première expérience réussie l'a été dans le domaine des micro-ondes (on l'a appelé le MASER). Les LASERS émettent une onde dans le domaine du visible ou proche du visible. Les principales raies d'émission sont montrées sur l'illustration ci-après.

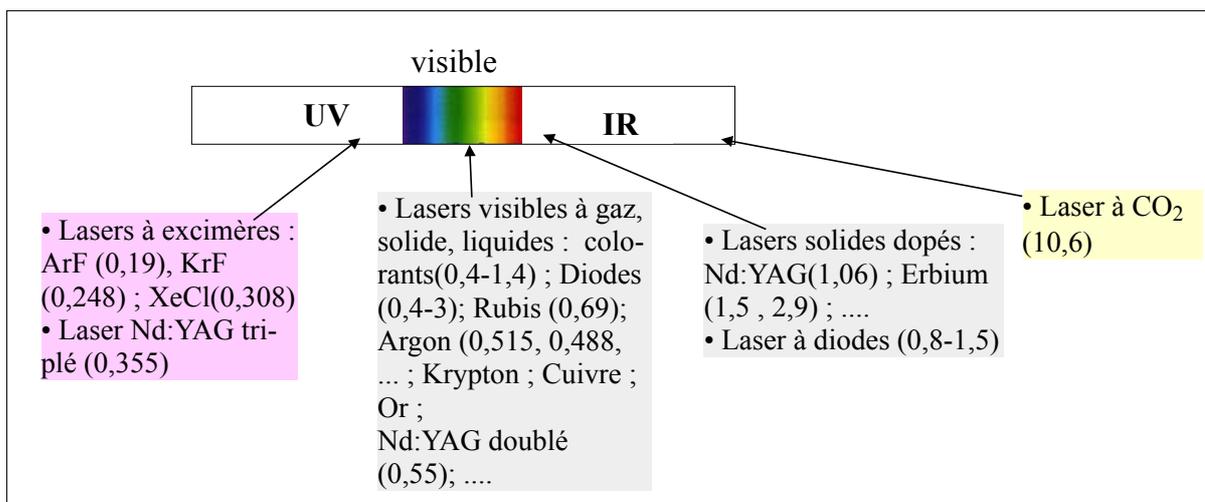


Fig. 3.4 - 1 : Principales 'raies' laser

Les principales raies laser disponibles se situent entre 0,1 et 10,6 μm (matériau et longueurs d'ondes en micromètres)

Dans les configurations courantes, le matériau actif d'un laser est placé entre deux miroirs, constituant une cavité résonnante. Sans la cavité, on aurait un simple amplificateur. Le phénomène d'amplification obtenue par émission stimulée est ainsi mis à profit sur un nombre plus ou moins important d'allers-retours au cours desquels le spectre d'émission du matériau est filtré. Dans ce cas, même en présence d'un faible gain par unité de longueur, une onde de grande intensité finit par s'installer. Le filtrage spectral observé vient d'une part des miroirs qui sont sélectifs, d'autre part de l'effet de résonance qui entraîne la formation d'ondes stationnaires à des fréquences liées à la longueur de la cavité.

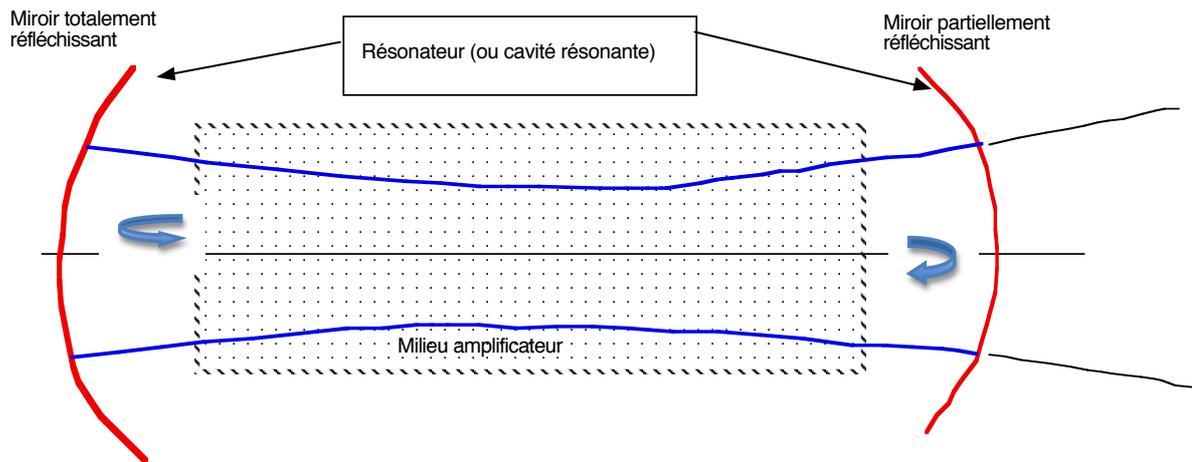


Fig. 3.4 - 2 : Cavité résonante. L'onde émise et amplifiée par le milieu actif fait des allers-retours entre les miroirs de la cavité. Une partie de l'énergie s'échappe à travers l'un des miroirs, constituant le faisceau utile.

Le présent chapitre décrit les propriétés spectrales de la cavité. Le phénomène de résonance dans la cavité permet l'oscillation d'une partie uniquement des ondes présentes émises par le matériau.

3.4 - 2 - RÉSONANCE OPTIQUE. L'INTERFÉROMÈTRE DE FABRY-PEROT

3.4.2.1 RÉSONANCE OPTIQUE

La cavité d'un laser a les propriétés d'un interféromètre de Fabry-Perot. Considérons une onde plane entre deux miroirs plans parallèles séparés par une distance d se propageant d'un miroir à l'autre. Les multiples ondes qui apparaîtront dans la cavité à la suite des réflexions sur les miroirs interféreront de façon constructive si la phase pendant un aller-retour change d'un nombre entier de 2π :

$$\text{Déphasage sur 1 AR} = q 2\pi = k \cdot 2 nd$$

q étant un nombre entier, n l'indice du matériau, k , le nombre d'onde. Le résultat est une onde stationnaire entre les deux miroirs ; la pulsation ω de cette onde vérifie la relation :

$$(eq. 1) \quad \frac{\omega}{c} 2 nd = q 2\pi$$

La cavité est donc résonante pour les fréquences ν_q données par la relation :

$$(eq. 2) \quad \nu_q = q \frac{c}{2 nd}$$

Les ondes dont la fréquence vérifie la relation de résonance sont appelées modes axiaux (ou modes longitudinaux) de la cavité, appelée cavité résonante ou résonateur.

Le nombre q dans l'expression ci-dessus est très grand, de l'ordre de $\frac{nd}{\lambda}$ ce qui pour un rayonnement optique donne un nombre voisin de 10^6 . La séparation spectrale entre deux modes (ou intervalle de fréquence libre) longitudinaux voisins est égale à

$$(eq. 3) \quad \delta\nu_q = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{c}{2 nd}$$

En pratique, $\delta\nu_q$ a une valeur voisine de quelques 100 MHz ; les transitions atomiques ayant une largeur voisine du GHz, une raie laser comprend en général plusieurs modes de la cavité. L'oscillation

monomode n'est possible que si un étalon Fabry-Perot beaucoup plus court que la cavité est introduit dans celle-ci.

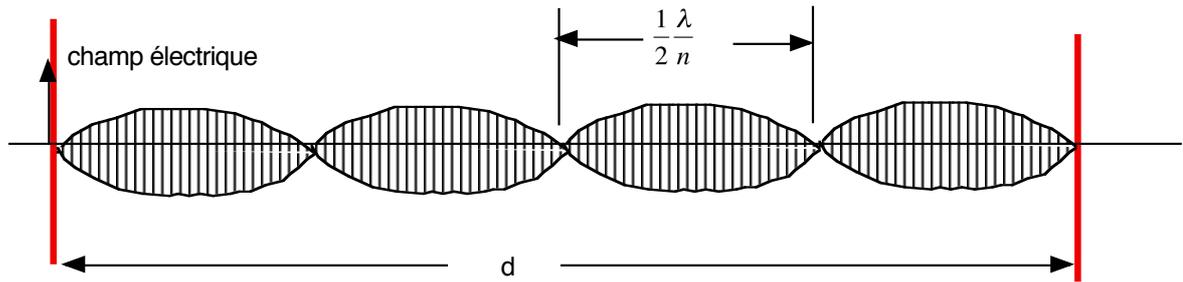


Fig. 3.4 - 3 : Onde stationnaire dans une cavité résonnante. Ici nd et λ vérifient la relation de résonance avec $q = 4$. En pratique pour les ondes ém dans le domaine optique, q est un nombre très grand.

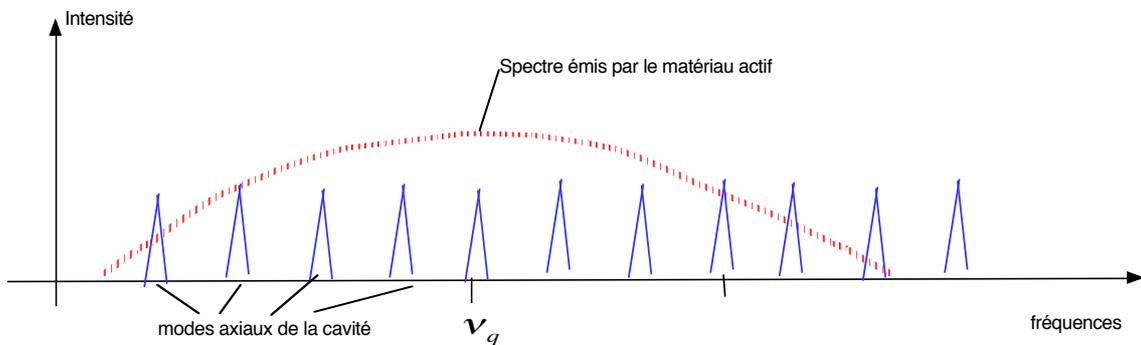


Fig. 3.4 - 4 : Les modes axiaux (ou longitudinaux) de la cavité. Le spectre émis par le matériau coïncide avec un nombre limité de modes axiaux. L'oscillation sur un mode unique nécessite un dispositif spécial.

3.4.2.2 PROPRIÉTÉS D'UN FABRY-PEROT.

Considérons l'interféromètre de Fabry-Perot, constitué de deux lames minces réfléchissantes, représenté sur le schéma ci-après. On supposera que les lames ne présentent pas de pertes; leurs coefficients de réflexion r et de transmission t en amplitude vérifient alors la relation :

$$(4.2) \quad r^2 + t^2 = 1 .$$

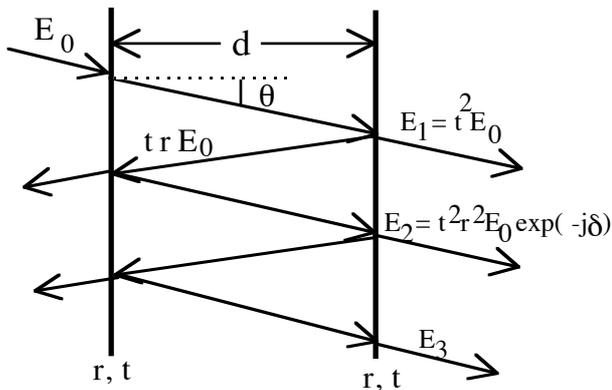


Fig. 3.4 - 5 : Interféromètre de Fabry-Perot

Une onde incidente E_0 sur la face d'entrée du dispositif se divise en une onde réfléchiée rE_0 et une onde transmise tE_0 . L'onde tE_0 est réfléchiée à son tour par la deuxième lame, donnant naissance à une onde réfléchiée rtE_0 et une onde transmise t^2E_0 . La figure ci-après fait apparaître la différence de chemin optique entre deux ondes successives. θ est l'angle d'incidence de l'onde à l'entrée et d la distance entre les deux lames, la différence de chemin optique est égale

$$\delta L = AB + BH = AB + AB \cos 2\theta = \frac{d}{\cos\theta} + d \frac{\cos 2\theta}{\cos\theta} = 2d \cos\theta$$

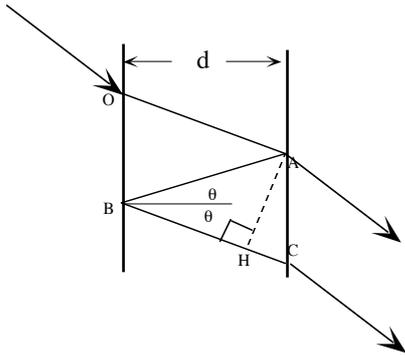


Fig. 3.4 - 6 : Différence de chemin optique entre deux ondes successives : $\delta L = AB + BH$

La différence de phase δ entre deux ondes E_n et E_{n+1} en sortie est égale à :

$$(eq. 4) \quad \delta = (2\pi/\lambda) 2d \cos\theta.$$

A la sortie de la cavité, l'onde résultante est la somme de toutes les ondes transmises :

$$(eq. 5) \quad E_T = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n \\ = t^2 E_0 \left(1 + r^2 \exp(-j\delta) + r^4 \exp(-j2\delta) + \dots + r^{2n-2} \exp[-j(n-1)\delta] \right).$$

En reconnaissant dans cette expression la progression géométrique, nous avons l'expression suivante pour l'onde transmise :

$$(eq. 6) \quad E_T = \frac{t^2 E_0}{1 - r^2 \exp(-j\delta)}$$

En pratique il est plus utile de travailler avec les intensités des ondes puisque ce sont ces grandeurs qui sont mesurées. Les intensités sont calculées par les relations suivantes :

$$(eq. 7) \quad I_0 = \frac{\epsilon c}{2} E_0^2 \quad \text{et} \quad I_T = \frac{\epsilon c}{2} E E^*.$$

Il devient maintenant possible d'écrire une expression pour le coefficient de transmission du système optique constitué par les deux lames :

$$(eq. 8) \quad T_{FP} = \frac{I_t}{I_0} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)};$$

$R (= r^2 = 1 - t^2)$ est le coefficient de réflexion en intensité d'une lame. Un système constitué de deux lames de coefficients de réflexion R_1 et R_2 différents, le résultat est le suivant :

$$(eq. 9) \quad T_{FP} = \frac{I_t}{I_0} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4\sqrt{R_1 R_2} \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

Le coefficient de transmission d'un Fabry-Perot (interféromètre ou cavité laser) est une fonction des paramètres suivants : pouvoir réfléchissant des lames, distance entre les deux lames, la longueur d'onde du rayonnement incident et l'angle d'incidence à l'entrée. Pour les combinaisons des paramètres δ , θ et λ pour lesquelles d est égal à $q\pi$, l'intensité transmise est maximale :

$$(eq. 10) \quad T_{\max} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2}$$

Ce coefficient de transmission beaucoup plus grand que celui d'une lame seule s'explique par le fait que les interférences constructives à l'intérieur de la cavité donnent naissance à une onde beaucoup plus intense que l'onde incidente; la cavité accumule l'énergie du rayonnement et dans ce sens peut être comparée à un condensateur électrique. Dans une cavité de laser, l'accumulation d'énergie ne se fait que pour les composantes spectrales vérifiant la condition de résonance. Les modes de la cavité se retrouvent donc dans le spectre du rayonnement émis.

La figure ci-après montre la courbe de transmission en fonction de $x = \frac{\nu}{\delta\nu}$. Cette courbe se présente sous la forme de pics étroits séparés par des intervalles de fréquence égaux à $\frac{c}{2nd}$ appelés intervalle de fréquence libre. Exprimée en longueur d'onde, cet intervalle, ou séparation entre deux modes voisins, est égal à $\frac{\lambda^2}{2nd}$.

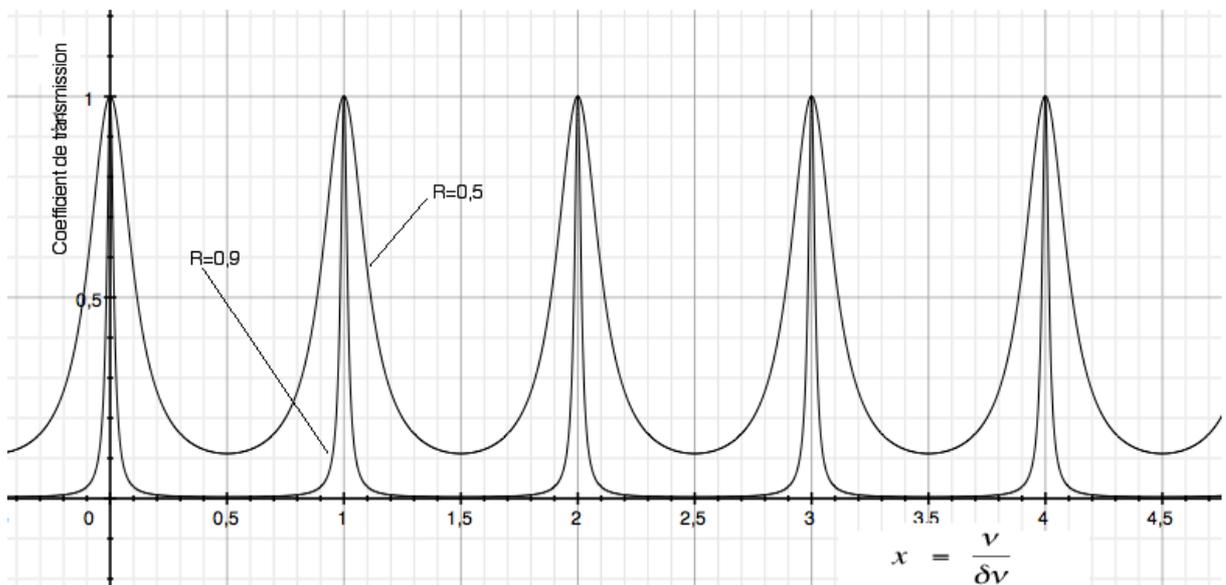


Fig. 3.4 - 7 : Courbes de transmission d'une cavité optique résonnante dont les miroirs ont respectivement un coefficient de réflexion $R=0,9$ et $0,5$ en fonction de $\frac{\nu}{\delta\nu}$.

Il est intéressant d'utiliser comme paramètre pour caractériser un Fabry-Perot, la largeur à mi-hauteur du pic de transmission à la résonance. Considérons une onde à arrivant sous incidence

normale sur la première lame ($\theta = 0$) et trouvons les fréquences ν_+ et ν_- (voir figure) pour lesquelles la transmission du Fabry-Perot

est égale à la moitié de T_{\max} . Pour des miroirs très réfléchissants, le pic est très étroit et un faible écart $\Delta\nu$ de fréquence par rapport à une fréquence de résonance suffit pour diminuer T de moitié. Nous pouvons donc écrire :

$$\sin\left(\frac{2\pi\nu_{+/-} nd}{c}\right) = \sin\left[\frac{2\pi nd}{c}(\nu_{rés} \pm \Delta\nu)\right] = \sin\left[q\pi \pm \frac{2\pi nd}{c}\Delta\nu\right] \approx \frac{2\pi nd}{c}\Delta\nu$$

Δ

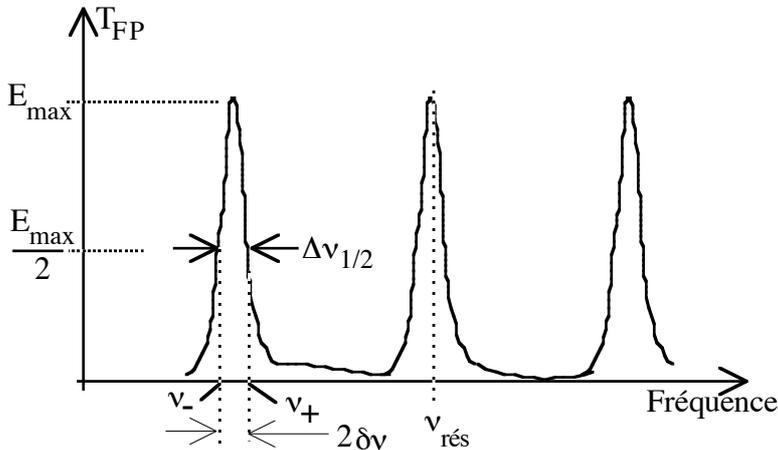


Fig. 3.4 - 8 : Courbe de transmission spectrale d'un étalon Fabry-Perot

En tenant compte de l'approximation ci-dessus et en écrivant que

$$T(\nu_{+/-}) = \frac{1}{2} T_{\max} \text{ ,}$$

nous pouvons trouver ν_+ et ν_- et déduire la largeur du pic de résonance à mi-hauteur :

$$(eq. 11) \quad \Delta\nu_{1/2} = \frac{c}{2nd} \frac{1 - \sqrt{R_1 R_2}}{\pi (R_1 R_2)^{1/4}} \text{ .}$$

On utilise souvent pour caractériser une cavité résonnante le coefficient Q défini ci-après:

$$(eq. 12) \quad Q = \frac{\nu_{rés}}{\Delta\nu_{1/2}} = \frac{q \frac{c}{2nd}}{\Delta\nu_{1/2}} = \frac{2\pi nd}{\lambda} \frac{(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}$$

Aux fréquences optiques, le coefficient Q étant un nombre très grand (10^8 à 10^9), on lui préfère la finesse donnée par :

$$(eq. 13) \quad F = \frac{\text{intervalle de fréquence libre}}{\Delta\nu_{1/2}} = \frac{\pi (R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}$$

3.4 - 3 - SÉLECTION DE MODES AXIAUX DANS UNE CAVITÉ LASER.

Un étalon de Fabry-Perot peut être utilisé comme filtre optique passif à l'intérieur d'une cavité laser dans le but de forcer l'oscillation sur un seul mode de la cavité ou d'ajuster la fréquence du rayonnement. Dans ce but il suffit d'introduire dans la cavité une lame de verre aux faces polies et d'en ajuster l'épaisseur optique. Le principe de fonctionnement de ce filtrage est expliqué sur la figure 9.

Afin de faire correspondre un mode de l'étalon de filtrage avec un mode de la cavité, on ajuste l'épaisseur optique de l'étalon. Pour cela on peut utiliser l'une des techniques suivantes :

- variation de l'angle d'inclinaison de l'étalon,

- variation de la température de l'étalon.

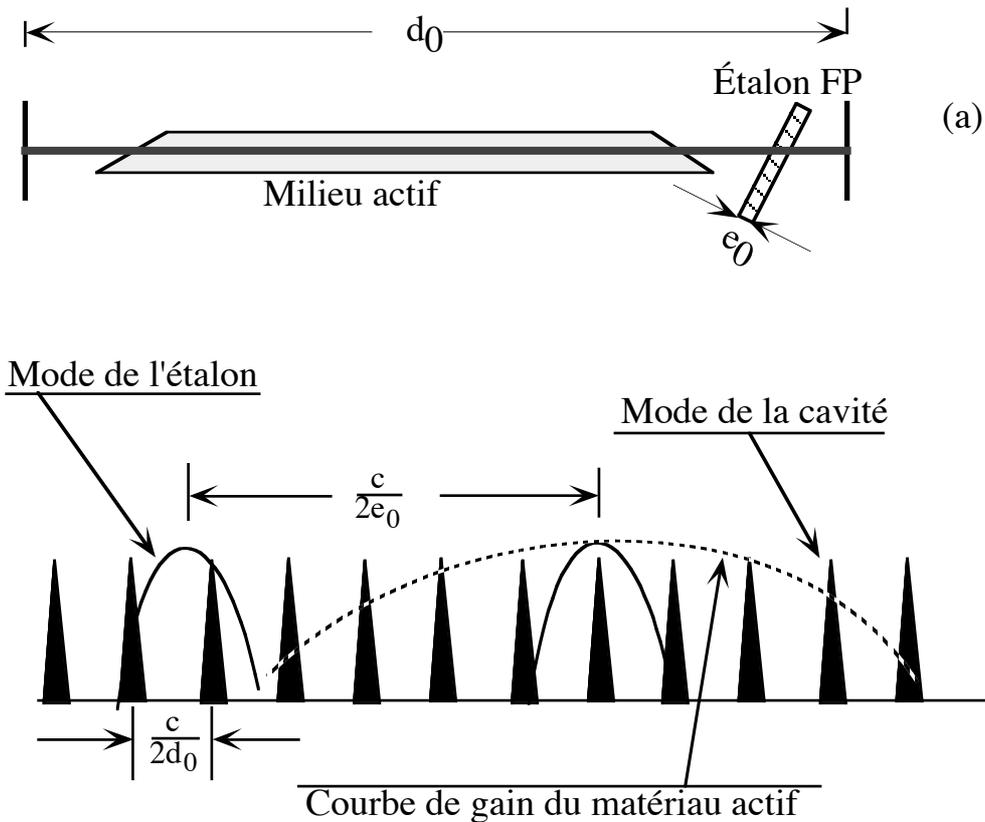


Fig. 3.4 - 9 : : Étalon Fabry-Perot de filtrage de mode axial dans une cavité.

(a) Étalon Fabry-Perot à l'intérieur d'une cavité laser.

L'étalon est incliné par rapport à l'axe de la cavité afin de ne pas créer de cavité résonante supplémentaire entre l'étalon et les miroirs.

(b) La courbe de transmission de l'étalon superposée à celle de la cavité.

On voit que sous la courbe de gain présentée, un seul mode de la cavité laser peut passer à travers l'étalon sans perte. d_0 est la distance optique entre les deux miroirs de la cavité. e_0 est l'épaisseur optique de l'étalon.

3.4 - 4 ANALYSE SPECTRALE D'UN FAISCEAU LASER

Un interféromètre de Fabry-Perot peut être utilisé pour analyser spectralement le rayonnement généré par un laser. On utilise pour cela une cavité confocale montrée sur la figure ci-après.

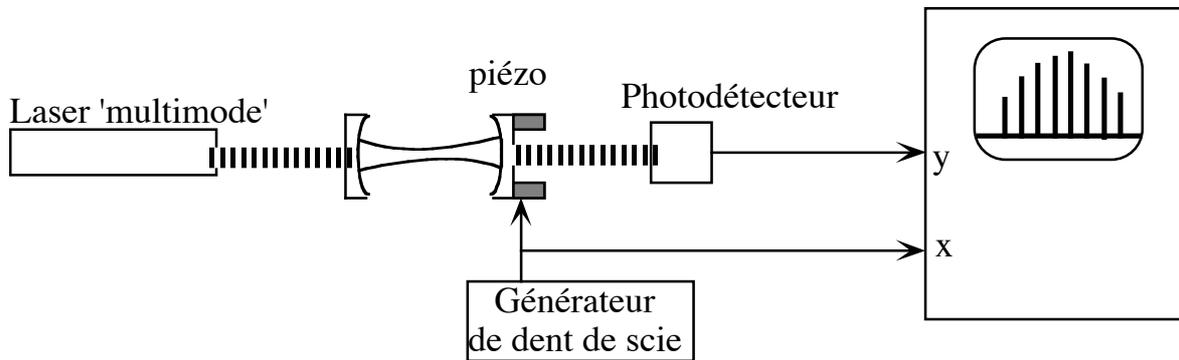


Fig. 3.4 - 10 : Analyseur de spectre de rayonnement laser.

Le Fabry-Perot servant à l'analyse comprend un miroir porté par une monture piezo-électrique. Un générateur de "dent de scie" envoie sur le piezo un signal périodique déplaçant ainsi les pics de transmission sur l'échelle des fréquences. On peut ainsi visualiser les modes axiaux d'un laser sur l'écran d'un oscilloscope.

3.4 - 5 - DURÉE DE VIE DES PHOTONS DANS UNE CAVITÉ.

Si on considère un paquet de photons à un instant donné dans une cavité, le nombre de photons du paquet décroît progressivement par transmission partielle à chaque fois qu'un miroir est atteint. A chaque aller-retour le nombre de photons disparaissant de la cavité est égal à $N(1 - R_1R_2)$. On peut donc définir une durée moyenne de vie τ_{ph} des photons dans la cavité :

$$(eq. 14) \quad \tau_{phot} = \frac{\text{Durée d'un AR}}{\text{Taux de perte par AR}} = \frac{2nd/c}{1 - R_1R_2}$$

Dans la relation ci-dessus c est la vitesse du rayonnement dans le milieu remplissant la cavité.

En l'absence de pertes autres que celles des miroirs dans la cavité, l'énergie U dans celle-ci décroît suivant :

$$(eq. 15) \quad N(t) = N_0 \exp\left[-\frac{t}{\tau_{phot}}\right]$$

En utilisant la définition théorique de Q

$$(eq. 16) \quad Q = \omega_{res} \cdot \frac{\text{Energie stockée dans la cavité à la résonance}}{\text{Puissance moyenne perdue}}$$

on peut montrer que τ_{ph} et Q sont liés par la relation suivante

$$(eq. 17) \quad \tau_{ph} = \frac{Q}{2\pi\nu_{res}}$$

3.4 - 6 - RÉSONANCE DES MODES D'HERMITE-GAUSS.

Dans les paragraphes précédents nous avons considéré des ondes planes. Les cavités laser génèrent des ondes différentes d'une onde plane. Les fréquences de résonance des modes d'Hermite-Gauss peuvent être déterminées en écrivant que le facteur de phase longitudinal est égal à $q\pi$:

$$(eq. 18) \quad kd - (1 + m + n) \operatorname{arctg} \left(\frac{d}{z_0} \right) = q\pi$$

Cette égalité nous permet de calculer les fréquences de résonance du mode TEM_{mn}

$$(eq. 19) \quad \nu_{mnq} = \frac{c}{2d} \left[q + \frac{1 + m + n}{\pi} \arccos \left(\sqrt{g_1 g_2} \right) \right]$$

3.4 - 7 - RÉSONANCE DANS UNE CAVITÉ CONTENANT UN AMPLIFICATEUR.

Les formules données dans les paragraphes précédents ne sont applicables que pour des cavités vides. L'introduction d'un milieu à gain dans la cavité change ses propriétés. Afin de tenir compte de tous les termes de gain et de perte dans la cavité, il est intéressant de représenter le coefficient multiplicatif de l'onde dans la cavité en utilisant des coefficients g comme expliqué ci-après.

Dans une cavité passive, à chaque aller-retour l'amplitude de l'onde est multipliée par le coefficient g_{AR} :

$$(eq. 20) \quad g_{AR} = r_1 r_2 \exp \left[-\alpha_0 L_{AR} - j \frac{\omega}{c} L_{AR} \right]$$

α_0 est le coefficient d'atténuation en amplitude par unité de longueur; L_{AR} est la longueur d'un aller-retour dans la cavité.

En présence de gain (γ par unité de longueur) le coefficient g_{AR} devient :

$$(eq. 21) \quad g_{AR} = r_1 r_2 \exp \left(\gamma L_{AR} - \alpha_0 L_{AR} - j \frac{\omega}{c} L_{AR} \right)$$

Le coefficient de gain en intensité peut s'écrire :

$$(eq. 22) \quad G_{AR} = R_1 R_2 \exp \left(2 \gamma L_{AR} - 2 \alpha_0 L_{AR} \right) = \exp \left(\delta_g - \delta_0 - \delta_1 - \delta_2 \right)$$

Avec cette notation les pertes des miroirs s'expriment par les coefficients $\delta_{1,2}$:

$$(eq. 23) \quad \delta_{1,2} = \ln \left(\frac{1}{R_{1,2}} \right) = 2 \ln \left(\frac{1}{r_{1,2}} \right)$$

Les pertes à l'intérieur de la cavité et le gain sont contenues dans les coefficients δ_0 et δ_g :

$$(eq. 24) \quad \delta_0 = 2 \alpha_0 L_{AR} \quad \text{et} \quad \delta_g = 2 \gamma L_{AR} .$$

On peut encore séparer les pertes totales de la cavité en pertes internes (diffraction, absorption par le milieu, ...) et en pertes externes (l'énergie transmise à l'extérieur).

$$(eq. 25) \quad \begin{aligned} \delta_c = \delta_{\text{pertes cavité}} &= \delta_{\text{int}} + \delta_{\text{ext}} \\ &= \delta_0 + \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right) \end{aligned}$$

Avec cette notation, le coefficient de qualité Q de la cavité s'écrit :

$$(eq. 26) \quad Q = \omega_{\text{res}} \frac{\text{Durée d'un A-R}}{\text{Taux de pertes par A-R}} = \omega_{\text{res}} \frac{L_{AR}/c}{\delta_c} = \frac{2 \pi L_{AR}}{\lambda_{\text{res}}} \frac{1}{\delta_c}$$

La finesse de la cavité en tenant compte de tous les termes de pertes est donnée par

$$(eq. 27) \quad F = \frac{\pi \sqrt{g_{AR}}}{1 - g_{AR}}.$$

Pour une cavité à faibles pertes extérieures, l'approximation suivante est vérifiée :

$$1 - g_{AR} = 1 - r_1 r_2 \exp[\beta L_{AR} - \alpha_0 L_{AR}] \approx \frac{\delta_c - \delta_g}{2}$$

$$\text{L'expression pour la finesse devient : } F \approx \frac{2\pi}{\delta_c - \delta_g}.$$

Cette expression indique que la finesse de la cavité à gain s'accroît rapidement lorsque le coefficient de gain s'approche du coefficient de perte.

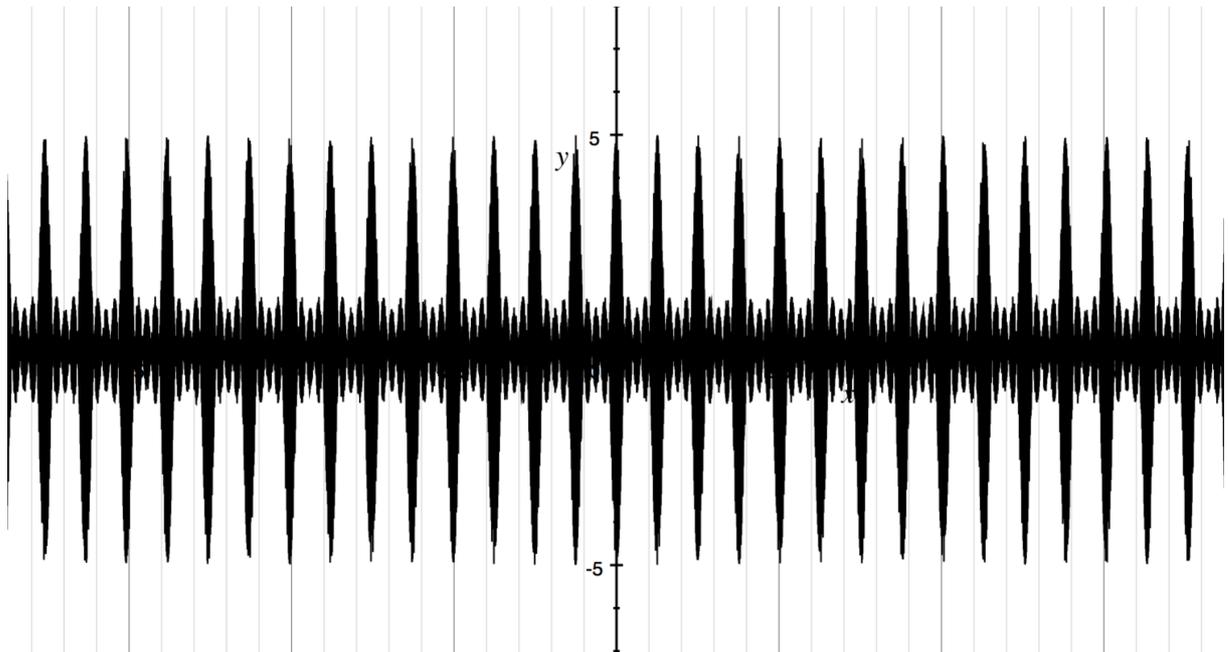
De même on peut montrer que la largeur de la courbe de transmission diminue lorsque le gain augmente.

3.4 - 8 - VERROUILLAGE DES MODES AXIAUX ET LASERS FEMTOSECONDES

Les modes axiaux de la cavité peuvent dans le cas de certains lasers être synchronisés en phase pour produire des impulsions ultra-brèves (lasers femto seconde). Pour vérifier l'effet d'un verrouillage des modes axiaux d'un laser (relation de phase constante entre les différents modes), il suffit de faire la somme de plusieurs ondes monochromatiques de fréquences régulièrement espacées.

$$(eq. 28) \quad S(t) = \sum_{n=1}^{n=10} \sin[(\omega_0 + \Delta\omega_n)t]$$

On obtient le résultat ci-après. C'est ce qui se passe dans laser à verrouillage de modes : l'émission apparaît comme une succession d'impulsions dont la durée est inversement proportionnelle à l'étendue du spectre disponible. Avec des solides dopés, les durées d'impulsion sont voisines de la centaine de femtosecondes.



Evolution temporelle d'une somme de signaux sinusoidaux de fréquences régulièrement espacées.