3.2 – Physique du laser.

3.2 - 1 - INTRODUCTION.

La question suivante se pose lorsqu'on souhaite décrire les effets physiques menant à l'émission d'une onde électro magnétique cohérente : faut-il utiliser une approche classique ou faut-il faire appel au formalisme de la théorie quantique ? La réponse dépend de l'objectif que l'on se fixe.

Une description basée sur des notions de la physique classique, complétée par quelques postulats de la physique quantique (théorie d'Einstein) est suffisante pour décrire la physique du laser si on souhaite en comprendre assez pour l'utiliser correctement. Il convient en particulier d'accepter les faits suivants. Un système atomique, quelque soit son état (solide, liquide ou gazeux)

- est caractérisé par un ensemble de niveaux d'énergie E_i (i=0, 1, 2 ..., n), le niveau correspondant à l'énergie minimale étant le niveau fondamental ; un niveau donné a une largeur (plage de valeurs d'énergie) qui lui est spécifique et un atome qui arrive à un instant donné sur un niveau, y reste pendant une durée caractéristique appelée duré de vie ;

- absorbe et émet de l'énergie de rayonnement par quantités discrètes (les photons) correspondant à la différence d'énergie entre deux de ses niveaux, $hv = E_i - E_j$ (h, constante de Planck = $6,62x10^{-34}$ J.s⁻¹).

Il est possible avec ces hypothèses de départ de calculer :

- les taux des transitions entre les niveaux,

- les largeurs (ou étendues énergétiques) des niveaux.

Cette approche semi-classique qui réduit les notions quantiques aux hypothèses énoncées ci-dessus suffit pour aborder la plupart des problème d'ingéniérie. Le modèle utilisé dit du **bilan**, est suffisamment complet pour mettre en évidence les notions essentielles de la physique de l'émission laser : conditions d'oscillation, coefficient d'amplification, saturation du milieu. Une description complète fait cependant appel à la théorie quantique car le **laser** est un **dispositif quantique**.

3.2 - 2 - ÉMISSION DE RAYONNEMENT PAR LA MATIÈRE : LE CORPS NOIR.

Les phénomènes d'émission et d'absorption de rayonnement par les atomes, molécules ou ions dans une matrice cristalline ne peuvent être décrits complètement que dans le cadre de la Mécanique Quantique. Le formalisme correspondant s'est mis en place à la fin du siècle dernier et au début du 20^{ème} siècle autour du problème de l'émission de rayonnement par les atomes. Les Physiciens de l'époque arrivaient devant une contradiction, lorsqu'ils essayaient de décrire le rayonnement émis par un 'corps noir' (figure).



Fig. 3.2 - 1 : Corps noir

Une petite ouverture percée dans l'enveloppe d'une enceinte, à la surface intérieure parfaitement réfléchissante constitue un bon exemple de 'corps noir' : un corps qui absorbe la totalité du rayonnement qu'il reçoit et qui émet un rayonnement dont le spectre dépend de la température.

La physique classique donnait l'expression suivante pour la densité d'énergie rayonnante à la fréquence v présente dans une telle cavité :

(1)
$$\rho(v) = \frac{8\pi \ n^3 \ v^2}{c^3} \ kT$$

où n est l'indice du milieu, c la vitesse du rayonnement dans le vide, k la constante de Boltzmann, T la température absolue.

Le résultat ci-dessus était en contradiction avec l'observation expérimentale. Le résultat correct ne peut être obtenu qu'en tenant compte de l'hypothèse de Planck d'après laquelle l'énergie d'un rayonnement ne peut être fractionnée en quantité inférieure à hv. L'expression pour $\rho(v)$ est la suivante :

(2)
$$\rho(v) = \frac{8\pi n^3 v^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1} hv$$

Le terme $\frac{8\pi}{c^3} \frac{n^3}{v^2}$ vient de la physique classique, alors que le terme $\frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}}-1}$ vient de la

physique quantique et correspond au nombre de quanta de rayonnement par mode de cavité considérée plus haut.

3.2 - 3 - L'ÉNERGIE DANS LA MATIÈRE. NIVEAUX D'ÉNERGIE.

L'énergie dans la matière est présente sous diverses formes suivant la nature du matériau concerné :

- énergie électronique (atomes, ions, cristaux, molécules),
- énergie de vibration (molécules, atomes ou ions dans les cristaux),
- énergie de rotation (molécules).

Ces trois formes d'énergie peuvent contribuer à l'émission de rayonnement ém par un matériau.

A l'équilibre thermodynamique, les populations des niveaux d'énergie se répartissent suivant une loi dite de Boltzmann, rappelée dans le chapitre 3.1 :

(3)
$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{g_1}{g_0} \exp\left[-\frac{E_1 - E_0}{kT}\right]$$

A chaque niveau d'énergie sont associées les caractéristiques suivantes :

- l'énergie E,

- la largeur ou étalement énergétique ΔE du niveau,

- le facteur g ou dégénérescence du niveau, peut être différent de 1 (c'est le nombre de configurations énergétiques de l'atome ou molécule avec l'énergie E - Le facteur g augmente la probabilité d'occupation du niveau). Dans le cas d'une molécule, g est relié au moment angulaire quantique (ou nombre quantique de rotation) J par la relation g = 2J + 1.

- la population N (ou densité),

- la durée de vie τ. Ce paramètre caractérise le temps de dépeuplement d'un niveau d'énergie.

3.2 - 4 - ÉCHANGE D'ÉNERGIE ENTRE LA MATIÈRE ET UN RAYONNEMENT. **M**ODÈLE DU **BILAN**.

3.2.4.1 LES PROCESSUS D'ÉCHANGE D'ÉNERGIE ENTRE MATIÈRE ET RAYONNEMENT

L'échange d'énergie entre la matière et le milieu extérieur se fait par quantité discrète $\Delta E = E_j - E_i$ où E_j et E_i sont des niveaux d'énergie permis pour l'atome (ion ou molécule) considéré.. Quand l'échange se fait avec un rayonnement, les trois processus mis en jeu sont l'absorption, l'émission spontanée et l'émission stimulée. Ces échanges se font avec une probabilité qui dépend de la transition considérée. Einstein a introduit, pour décrire les échanges, des coefficients $A_{.ém.spon}$, $B_{.abs}$ et $B_{.ém.stim}$ que nous détaillons ci-après. Le photon échangé a une énergie $E_{phot} = hv$. La fréquence du rayonnement de fréquence v qui peut échanger de l'énergie avec un matériau sur la transition $i \iff j$ est donnée par la relation

$$v = \frac{E_j - E_i}{h}$$
, où *h* est la constante de Planck.

L'existence de l'émission stimulée rend possible l'amplification d'un rayonnement par un matériau et donc la réalisation d'un laser.



Fig. 3.2 - 2 : Absorption et émission de rayonnement dans un milieu à deux niveaux.

Les atomes peuvent passer d'un niveau à l'autre par :

- émission spontanée (1),

- absorption d'un photon (2),

- émission stimulée d'un photon (3).

3.2.4.2 EMISSION SPONTANÉE

Considérons deux niveaux d'énergie d'un système atomique (figure). Quand un atome se trouve sur le niveau supérieur E_2 , il existe une probabilité finie pour que pendant l'intervalle de temps unitaire, l'énergie de l'atome passe de E_2 à E_1 avec l'émission d'un photon d'énergie E_2 - E_1 . Lorsque ce processus se produit sans influence d'un autre photon, on dit qu'il y a eu émission spontanée. Les photons émis par ce processus sont totalement indépendants ; la direction d'émission en particulier est quelconque. Dans un volume donné occupé par un grand nombre d'atomes dont N_2 se trouvent sur le niveau E_2 , l'émission spontanée par transition de E_2 vers E_1 entraîne une variation de la population de E_2 pendant un temps dt décrite par :

(4)
$$dN_{2 \cdot spont} = -A_{\acute{em} \cdot spon} N_2 dt = -dN_{1 \cdot spont}.$$

 $A_{im.spon}$ [s⁻¹] est le coefficient d'émission spontanée pour la transition $E_2 \rightarrow E_1$. Ce coefficient correspond à la probabilité qu'un photon soit émis par l'atome de manière spontanée, sans influence extérieure. Par intégration de l'équation ci-dessus on obtient la loi de décroissance de la population d'un niveau soumis uniquement à l'émission spontanée :

(5)
$$N_2(t) = N_0 \cdot e^{-A_{\acute{em}.spon} t}$$

avec $N_0 = N(a t = 0)$ qu'on peut écrire également sous la forme :

(6)
$$N_2(t) = N_0 \cdot e^{-t/\tau_2}$$

avec τ_2 la durée de vie du niveau d'énergie E_2 (ce qui correspond au temps moyen de séjour des atomes sur le niveau 2).

Dans le cas où

- un seul niveau d'énergie inférieure à E₂ existe et
- l'émission spontanée est la seule cause possible de perte d'énergie, τ₂ et A₂₁ sont liés par la relation :

(7)
$$\tau_2 = (A_{21})^{-1}$$
.

La perte d'énergie par un atome peut en effet avoir une autre nature que radiative ; l'énergie peut se transformer également en vibrations ou phonons, ou encore se transmettre à d'autres atomes lors de collisions. Il convient donc de distinguer la durée de vie radiative et la durée de vie du niveau qui tient compte de toutes les causes de pertes d'énergie.

Les transitions entre les différents niveaux d'énergie d'un atome ne sont pas toutes équivalentes. Certaines transitions sont interdites. La durée de vie des niveaux atomiques est en général comprise entre 0,1 ns et 1 ns. Lorsque τ est d'environ une microseconde ou plus, on parle de niveau métastable. La présence d'un niveau métastable est nécessaire pour qu'un milieu puisse devenir amplificateur de rayonnement.

En présence de l'émission spontanée un flux photonique apparaît dans le milieu :

(8) $d\Phi_{spont} = A_{\acute{e}m.spon} N_2 c dt$, où c est la vitesse de la lumière,

ce qui correspond à une onde lumineuse d'intensité

(9)
$$dI_{spont} (W/m^2) = hv \cdot d\Phi_{spont} = hv A_{\acute{e}m.spon} N_2 c dt$$

3.2.4.3 <u>ABSORPTION</u> DE RAYONNEMENT PAR LA MATIÉRE

En présence d'un rayonnement de densité $\rho(v)$, des transitions de E_1 à E_2 ont lieu avec une probabilité définie par le coefficient B_{12} :

(10)
$$dN_{2,abs} = B_{12} N_1 \rho(v) dt$$
.

L'expression peut encore être écrite en terme de variation de flux de photons qui traversent le milieu. En introduisant le flux photonique Φ_V (en s⁻¹.m⁻²) (nombre de photons arrivant sur une surface unitaire pendant 1 seconde), la variation de flux due à l'absorption s'écrit : $d\Phi_{abs} = \sigma_{12} \Phi_v N_1 c dt$.

 σ_{12} a les dimensions d'une surface et est appelé section efficace d'absorption ; c'est une grandeur caractéristique de la transition considérée.

3.2.4.4 EMISSION STIMULÉE (OU INDUITE) DE RAYONNEMENT.

Les photons du rayonnement extérieur en passant dans le milieu que nous avons considéré cidessus peuvent être absorbés mais peuvent aussi stimuler la désexcitation d'atomes se trouvant sur le niveau supérieur. Dans ce cas le photon émis présente des propriétés identiques à celles du photon incident. Cette particularité est à la base de la cohérence de la lumière 'laser'.

La variation de population de N2 par émission stimulée est décrite par la relation :

(11)
$$dN_2(t)_{stim} = -B_{21}N_2\rho(v) dt = -B_{21}N_2\frac{I(v)}{c}$$

où B_{21} ou $B_{\text{ém.stim}}$ est le coefficient d'émission stimulée.

 A_{12} , B_{12} , B_{21} sont les coefficients d'Einstein de la transition 2 <->1. Le phénomène d'émission stimulée rend possible l'amplification de rayonnement. Un milieu atomique sera amplificateur si le nombre d'atome susceptible de fournir un photon par émission stimulée, est supérieur au nombre d'atomes susceptibles d'absorber un photon.

Comme pour l'absorption, on peut introduire la notion de section efficace d'émission stimulée σ_{21}

(12)
$$d\Phi_{stim} = \sigma_{21} \Phi_v N_2 c dt$$

 $\sigma_{21} \Phi_{v}$ correspond à la probabilité pour que l'émission d'un photon par émission stimulée ait lieu.

Remarque : en cas de dégénérescence, les sections efficaces sont différentes :

(13)
$$\sigma_{abs} = \sigma_{21} = \sigma_{\acute{em.stim}} \frac{g_2}{g_1}.$$

3.2.4.5 Relations entre les coefficients d'Einstein

Einstein a introduit les coefficients d'interaction quantique entre rayonnement et matière en 1917. Les hypothèses utilisées sont les suivantes [Dangoisse et al.] :

- l'atome ne prend que des valeurs discrètes d'énergie, soient E₁ et E₂, deux de ces niveaux,
- les populations des deux niveaux, à l'équilibre thermodynamique, vérifient la distribution de Boltzmann-Gibbs : $\frac{N_1}{N_2} = \frac{g_1}{g_2} \exp\left(-\frac{E_1 E_2}{kT}\right)$.
- L'absorption de rayonnement par un atome se fait avec la probabilité : $dW_{12} = B_{12}\rho dt$, où ρ est la densité spectrale de rayonnement ;
- Le retour de l'atome vers le niveau d'énergie inférieur se fait avec la probabilité : $dW_{21} = (A_{21} + B_{21} \rho) dt$.

La condition d'équilibre thermodynamique implique l'égalité :

$$N_1 \ dW_{12} = N_2 \ dW_{21} \ \text{ou} \ g_1 \ \exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right) \ B_{12} \ \rho = g_2 \ \exp\left(-\frac{E_2}{kT}\right) (A_{21} + B_{21}\rho).$$

En faisant tendre T et ρ vers l'infini, on arrive à la relation :

(14)
$$g_2 B_{21} = g_1 B_{12} \; .$$

Si les niveaux ont la même dégénérescence, absorption et émission stimulée se produisent avec la même probabilité.

Les coefficients d'Einstein et la densité spectrale p sont alors reliés par :

(15)
$$\rho = \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{1}{\exp\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) - 1}$$

Einstein a émis l'hypothèse que la relation devait être vraie dans tous les cas, en particulier lorsque la densité spectrale est celle émise par un corps noir, expression obtenue par Planck en 1900 :

(16)
$$\rho(v) = 8\pi \frac{n^3 v^2}{c^3} \frac{hv}{\exp(\frac{hv}{kT}) - 1}$$

Il en résulte la relation de Bohr :

(17) $E_2 - E_1 = hv$

et la deuxième relation entre les coefficients d'échange :

(18)
$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = 8\pi h \frac{n^3}{c^3} v^3 = 8\pi h \frac{1}{\lambda^3}$$

Les relations entre les coefficients peuvent être exprimées en fonction des sections efficaces :

(19)
$$B_{21} \rho = \sigma_{21} \Phi$$
 et $B_{12} \rho = \sigma_{12} \Phi$

Les relations ci-dessus signifient que l'émission spontanée devient de plus en plus gênante lorsque l'on considère des fréquences de plus en plus élevées (le rapport A_B est proportionnel au cube de la fréquence); en pratique on constate en effet que l'émission dans l'infrarouge peut se faire avec un bon rendement (environ 10% pour un laser à CO₂ émettant à 10,6 µm), mais que pour les fréquences visibles, les rendements sont très faibles (moins de 0,1 % pour un laser à Argon émettant sur la couleur verte.

3.2 - 5 - ELARGISSEMENT "NATUREL" DES LIGNES D'ÉMISSION.

Les niveaux d'énergie ne sont pas infiniment étroits. Pour les atomes isolés, la largeur des niveaux est très faible. Pour tout niveau, il existe une limite fondamentale inférieure appelée largeur naturelle. Cette largeur naturelle est augmentée par effet Doppler et par les déphasages dus aux collisions dans le cas des atomes en mouvement, comme c'est le cas dans un gaz. Dans les solides, les interactions entre les atomes du réseau causent également des élargissements. La structure énergétique présente alors des bandes permises et des bandes interdites.



Fig. 3.2 - 3 : Interaction rayonnement – milieu à 2 niveaux d'énergie

(a) Enceinte contenant un milieu à deux niveaux;

(b) Signal émis par le milieu après une excitation instantanée créant une redistribution de population entre les deux niveaux. τ est la durée de vie du niveau.

Pour introduire la notion de largeur de ligne d'émission (correspondant à la transition entre deux niveaux d'un système atomique par exemple) considérons un milieu à deux niveaux (niveau 0 et niveau 1) que l'on excite à l'aide d'un signal impulsionnel (électronique ou photonique). Supposons que ce signal a pour effet d'augmenter la population N_1 du niveau supérieur. Aprés l'excitation (à t = 0) la population N_1 va diminuer :

(20) $dN = -A_{10}N_1 dt$.

Cette décroissance est décrite par l'expression ci-après :

(21)
$$N_1(t) = \Delta N_1(t=0) \exp(-A_{10} t) = \Delta N_1(t=0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)$$

 $\Delta N_1(t=0)$ est l'excédent de la population du niveau supérieur juste après l'excitation par le signal extérieur. Le coefficient τ_1 qui apparaît a le sens d'un temps; c'est la **durée de vie** du niveau d'énergie considéré. Le coefficient $A_{10} = \frac{1}{\tau_1}$ est aussi appelé **taux de relaxation** du niveau 1 vers le niveau 0.

Plusieurs phénomènes contribuent à la diminution de la population d'un niveau : émission spontanée, transfert d'énergie vers des modes de vibration (phonons) ou encore les collisions entre atomes dans un gaz.



Fig. 3.2 - 4 : Transitions dans un 'système à 3 niveaux' après excitation par une impulsion ayant peuplé le niveau supérieur. (1 : émission spontanée; 2 : autres processus de désexcitation : collisions, ...)

Considérons maintenant un système à 3 niveaux dans lequel le niveau supérieur aurait été peuplé par une impulsion brève. Cette fois, le retour des atomes vers le niveau bas peut se faire, soit directement (transition $2 \rightarrow 0$) ou par passage sur le niveau intermédiaire ($2 \rightarrow 1$ puis $1 \rightarrow 0$).

De plus, outre les transitions par émission spontanée (notée 1 sur la figure 4), il peut exister d'autres processus (notés 2 sur la figure) par lesquels les atomes retournent sur le niveau bas (lors de collisions par exemple). La variation de la population du niveau 2 s'écrit alors :

(22)
$$dN_2 = -(A_2 + K_2) N_2 dt$$

où le coefficient A₂ (= A₂₁ + A₂₀) tient compte de l'émission spontanée par transition vers un niveau inférieur quelconque et le coefficient $K_2 = K_{21} + K_{20}$ tient compte d'une transition vers le bas à partir du niveau 2 mais pour une autre raison que l'émission spontanée. Le retour du milieu à l'état d'équilibre (après l'excitation) se traduit donc par une variation de la population de N₂ suivant :

(23)
$$N_2 = \Delta N_2(t=0) \exp [-(A_2 + K_2)t] = \Delta N_2(t=0) \exp (-t/\tau_2)$$

En l'absence de phénomènes autres que l'émission spontanée (toujours présente), la durée de vie d'un niveau j est donnée par :

(24)
$$\tau_j = \frac{1}{\sum_{i < j} A_{i j}}$$

La durée de vie limitée d'un niveau, à cause du principe d'incertitude,

(25)
$$(\Delta E_2 \times \tau_2 = h/2\pi)$$

se traduit par un étalement du niveau (la valeur de l'énergie n'est pas parfaitement définie mais s'étale autour d'une valeur moyenne). Dans une transition d'un niveau j à un niveau i, l'étalement des énergies des photons émis est dû à l'élargissement des deux niveaux de la transition; la largeur spectrale Δv de la transition est donnée par :

(26)
$$\Delta v = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\tau_j} + \frac{1}{\tau_i} \right).$$

Ayant introduit le paramètre Δv d'une transition, nous pouvons nous représenter le champ émis par l'atome comme une onde à la fréquence $v_{11} = v_0 \pm \Delta v/2$ avec

$$v_0 = \frac{E_j - E_i}{h}$$
 et dont l'amplitude décroit exponentiellement avec une constante 2τ

(27)
$$E(t) = E_0 \exp\left(-\frac{t}{2\tau}\right) \cos\left(2\pi v_0 t\right)$$

où τ est donné par $\tau = 1/2\pi\Delta v$. Le facteur 2 devant τ est introduit parce que l'expression donnée est celle de l'amplitude du champ et non de l'intensité.

En passant du domaine temporel au domaine de fréquence par la transformée de Laplace, on obtient :

(28)
$$E(v) = E_0 \frac{\frac{1}{2\tau} + j 2\pi v}{4\pi^2 (v_0^2 - v^2) + j \frac{2\pi v}{\tau}}$$

La distribution spectrale I(v) du rayonnement émis est égale au produit

 $E(v) E^*(v)$. En remarquant que la fonction présentera un maximum pour $v = v_0$ et en faisant les approximations :

(29)
$$v + v_0 \approx 2 v_0$$
 et $\left(\frac{1}{2\tau}\right)^2 << (v_0)^2$,
 $I(v) = \frac{1}{4} E_0^2 \frac{1}{4\pi^2 (v_0 - v)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2}$

La ligne d'émission correspondant à une transition entre deux niveaux d'énergie d'un atome a donc une forme g(v) donnée par la relation :

(30)
$$g(v) = \frac{C}{(v_0 - v)^2 + (\frac{\Delta v}{2})^2}$$

 $C = \Delta v/2\pi \text{ est une constante de normalisation obtenue en écrivant :} \int_{0}^{\infty} g(v) \, dv = 1.$

Au centre de ligne, on a : $g(v_0) = \frac{2}{\pi \Delta v}$.

La fonction g(v)dv est la probabilité :

- pour qu'un photon émis sur la transition considérée par émission spontanée ait une énergie comprise entre hv et h(v + dv);

- pour qu'un photon dont l'énergie est comprise entre hv et h(v + dv) soit absorbé par un atome se trouvant sur le niveau bas de la transition;

- pour qu'un rayonnement dans l'intervalle de fréquence $[\nu\,,\nu\,+d\nu]\,$ stimule la désexcitation des atomes du niveau haut de la transition.



La figure ci-dessus montre l'étalement spectral d'une ligne d'émission d'un milieu à deux niveaux d'énergie. L'émission s'étale sur l'échelle des fréquences d'une quantité Δv appelée élargissement naturel de la ligne. Δv et τ sont reliés par la relation d'incertitude

$$\Delta v \mathbf{x} \tau = 2\pi.$$

3.2 - 6 - ELARGISSEMENT DES LIGNES D'ÉMISSION DÛ AUX COLLISIONS.

Les collisions entre atomes contribuent à un élargissement de la ligne d'émission qui s'ajoute à l'élargissement naturel lié à la durée de vie finie des niveaux. En présence de collisions la forme de la ligne est la suivante :

(32)
$$g(v) = \frac{\Delta v}{2\pi \left[\left(v_0 - v \right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{2} \right)^2 \right]}$$

La largeur à mi-hauteur Δv est donnée par :

(33)
$$\Delta v = \frac{1}{2\pi} \left(A_1 + A_2 + 2\Omega_{coll} \right)$$

 Ω_{coll} est le nombre de collisions par seconde (le chiffre 2 est dû au fait que chacune des 2 fonctions d'onde atomique, est interrompue Ω_{coll} fois par seconde).

Dans le cas où les collisions sont la cause principale d'élargissement de la ligne d'émission la largeur à mi-hauteur devient :

(34)
$$\Delta v = \frac{1}{\pi T_2}$$

où T₂ est le temps moyen qui s'écoule entre deux collisions.

Le nombre de collisions par unité de temps dans un gaz dépend de la pression. L'élargissement dû aux collisions augmente donc avec la pression. En pratique, on observe une augmentation de l'élargissement d'environ 1 MHz par une augmentation de 1 mm de Hg de la pression.

La figure ci-après montre l'élargissement observé dans le cas du gaz carbonique.



Fig. 3.2 - 6 : Les différentes causes d'élargissement dans le cas de la molécule de CO₂.

3.2 - 7 - ELARGISSEMENT DES LIGNES D'ÉMISSION DÛ À L'EFFET DOPPLER.

Les vitesses relatives des particules émettrices d'un gaz sont la cause d'un élargissement supplémentaire des lignes d'émission. En effet une molécule se déplaçant dans la direction de l'onde avec laquelle elle interagit échange de l'énergie à une fréquence différente qu'une molécule se déplaçant en sens inverse. Cette différence est due à l'effet Doppler illustrée sur la figure 7.

La ligne d'émission qui en résulte a la forme suivante [] :

$$g(\mathbf{v}) = \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} \frac{1}{\Delta v_{\text{Dop}}} \exp\left[-4 \ln 2 \left(\frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_0}{\Delta v_{\text{Dop}}}\right)^2\right]$$

(35)

La largeur à mi-hauteur est égale à :

(36)
$$\Delta v_{\text{Dop}} = \sqrt{\frac{8kT \ln 2}{M c^2}} v_0$$
où M est la masse de l'atome.



3.2 - 8 EFFET DOPPLER DANS LES GAZ

La molécule en émission se déplace à la vitesse Vz. Le rayonnement est émis à la fréquence $v_0 = \frac{E_2 - E_1}{h}$. Le détecteur D₂, qui est immobile, détecte une onde à la fréquence v_0 . Le

détecteur D3 détecte une onde à la fréquence $v_2 = v_0 \left(1 + \frac{v_Z}{c}\right)$. Le détecteur D₁ détecte une onde à la fréquence $v_1 = v_0 \left(1 - \frac{v_Z}{c}\right)$.

3.2 - 9 - ELARGISSEMENT HOMOGÈNE ET ÉLARGISSEMENT INHOMOGÈNE.

Dans l'examen de l'élargissement des lignes d'émission d'un rayonnement par un matériau, on distingue les deux situations suivantes :

- tous les atomes (ions ou molécules) se comportent de façon identique et contribuent de la même façon à l'élargissement. On dit alors que l'élargissement est homogène. C'est le cas de l'élargissement naturel ou de l'élargissement par collisions.

- les atomes présentent une caractéristique qui permet de les classer en sous-groupes, chaque sous-groupe contribuant à sa façon à l'élargissement de la ligne. L'élargissement est dit inhomogène. C'est le cas pour l'élargissement par effet Doppler.

Dans un gaz à faible pression, c'est l'élargissement dû à l'effet Doppler qui domine. Lorsque la pression devient importante, ce sont les collisions qui sont la cause première de l'élargissement de la ligne d'émission.

Quelques matériaux actifs présentant une transition homogène :

$$Cr^{3+}:Al_2O_3, Nd^{3+}:YAG, CO_2:N_2$$
 (p> 10 mm de Hg)

Quelques matériaux présentant une transition inhomogène :

He-Ne (élargissement Doppler), Nd:verre, CO_2 -N₂ (p < 10 mm de Hg).

Quelques valeurs pour le laser à He-Ne :

 $\Delta v_{Dop} \approx 1500 \text{ MHz}; \Delta v_{Nat} \approx 100 \text{ MHz}; \text{ Ces 2 valeurs sont à comparer à la largeur typique d'un mode axial de la cavité : 1 MHz.}$

3.2 - 10 AMPLIFICATION DE RAYONNEMENT. OSCILLATIONS LASER.

3.2.10.1 - INTRODUCTION.

Un LASER est constitué d'une Source d'énergie, d'un Milieu Actif et d'une Cavité Optique.

L'oscillation du rayonnement émis devient possible lorsqu'à l'intérieur de la cavité, l'onde pendant un aller-retour, bénéficie d'un gain en énergie supérieur aux pertes subies.

3.2.10.2 - ÉCHANGES D'ÉNERGIE ENTRE UN RAYONNEMENT MONOCHROMATIQUE ET UN MILIEU À 2 NIVEAUX.

3.2-.10.2.1 Échanges d'énergie : modèle simplifié a 2 niveaux

Considérons l'échange d'énergie entre une onde électromagnétique et un matériau avec les hypothèses suivantes :

- (1) L'onde est monochromatique et plane, et correspond à un flux photonique Φ ;
- (2) L'interaction concerne 2 niveaux uniquement, d'énergie E_1 et E_2 (> E_1) de densités de population N_1 et N_2 , de même dégénérescence ;

- (3) L'élargissement des niveaux (et de la transition) est négligé ;
- (4) L'émission spontanée est négligée.

L'interaction a lieu si l'onde a une fréquence v telle que : $v = \frac{E_2 - E_1}{h}$. L'espace dans lequel peut avoir lieu une interaction est caractérisé par une section efficace σ .

La présence de l'absorption et de l'émission stimulée entraîne pour les populations des niveaux :

(37)
$$\frac{dN_2}{dt} = -\sigma \Phi (N_2 - N_1)$$

(38) $\frac{dN_1(t)}{dt} = \sigma \Phi (N_2 - N_1)$ et pour le flux photonique :

(39)
$$\frac{d\Phi}{dt} = c \ \sigma \ \Phi \left(N_2 - N_1\right).$$

On voit que si $N_2 < N_1$, les transitions du niveau bas vers le niveau haut dominent et le milieu est absorbant. Dans le cas d'une **inversion des populations** $(N_2 > N_1)$, c'est le contraire et le flux photonique augmente dans le temps, l'onde est amplifiée. C'est cette situation d'inversion des populations que l'on cherche à obtenir pour réaliser un laser. En introduisant le paramètre $(\Delta N)_{21} = N_2 - N_1$, les relations ci-dessus deviennent :

(40)
$$\frac{d(\Delta N_{21})}{dt} = -2 \sigma \Phi \Delta N_{21} \qquad \frac{d\Phi}{dt} = c \sigma \Phi \Delta N_{21}$$

3.2-.10.2.2 Modèle un peu plus réaliste

1) L'onde est monochromatique (approximation justifiée dans la mesure où, dans le cas d'un faisceau généré par un laser, la largeur de spectre est souvent beaucoup plus faible que celle de la transition considérée), de densité $\rho_{\rm V}(J.m^{-3})$.

2) L'interaction concerne 2 niveaux uniquement, d'énergie E_1 et E_2 (> E_1) de densités de population N_1 et N_2 , de dégénérescence g_1 et g_2 .

3) L'élargissement de la transition est pris en compte.

4) L'émission spontanée est négligée ; cette approximation est acceptable pour un rayonnement dont l'intensité serait celle d'un faisceau laser, même de faible puissance, car l'intensité en régime permanent est beaucoup plus élevée que celle de l'émission spontanée.



Si on néglige l'émission spontanée la population du niveau E₂ varie suivant la relation :

(41)
$$\frac{dN_2}{dt}_{abs+\acute{em}\ stim} = -N_2 B_{21} g(v) \rho_v + N_1 B_{12} g(v) \rho_v$$

En passant de la densité de rayonnement à l'intensité I_{v} (W.m⁻²) du faisceau

(42)
$$I_{\nu} = C/n \cdot \rho_{\nu},$$

et en tenant compte des relations entre les coefficients d'Einstein, on obtient :

(43)
$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21} \frac{c^3}{8\pi h n^3 v^3} \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) g(v) \frac{I_v}{c/n}$$
$$= -A_{21} \frac{1}{8\pi} \frac{\lambda_0^2}{n^2} \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) g(v) \Phi_v$$

 λ_0 est la longueur d'onde dans le vide, n est l'indice de réfraction du matériau, $\Phi_v = \frac{I_v}{hv}$ est le <u>flux photonique</u> (nombre de photons par seconde et par unité de surface) introduit dans le milieu à la fréquence v.

3.2.10.3 - AMPLIFICATION (OU ATTÉNUATION) D'UN RAYONNEMENT DANS UN MILIEU À DEUX NIVEAUX. COEFFICIENT DE GAIN DE PETIT SIGNAL.

3.2-.10.3.1 Inversion de population dans un milieu à 2 niveaux

Considérons un rayonnement d'intensité I_v , polarisé linéairement, passant à travers un milieu à deux niveaux, d'épaisseur Δz (Figure ci-dessous); la fréquence v est telle que hv = $E_2 - E_1$ (énergie d'un photon = différence d'énergie entre les deux niveaux du milieu). On suppose que le milieu a été mis en dehors de l'état d'équilibre thermodynamique par un apport d'énergie de l'extérieur. Le détecteur placé en sortie du système considéré, ne reçoit que les photons émis autour de la direction du faisceau incident, dans une bande passante de largeur Δv centré sur la fréquence incidente, et de même polarisation que le faisceau incident polarisé linéairement. L'absorption de photons du rayonnement incident par le milieu perturbe la distribution des atomes sur les 2 niveaux d'énergie et le détecteur reçoit une intensité $I_v + \Delta I_v$ plus grande (amplification) ou plus petite (atténuation) que l'intensité I_v à l'entrée du milieu. L'émission spontanée dans le milieu constitue un bruit qui est minimisé par l'introduction du filtre spectral. Le polariseur permet d'arrêter avant le détecteur la moitié des photons dus à l'émission spontanée. Evaluons l'intensité sur le détecteur en tenant compte des processus d'émission et d'absorption dans le milieu traversé et de la transmission des composants traversés.



Fig. 3.2 - 8 : Amplification par un système atomique à 2 niveaux.

L'onde incidente est polarisée linéairement. Le rayonnement issu du milieu d'épaisseur Δz est intercepté dans un cône d Ω centré sur l'axe du faisceau incident, puis passe à travers

un filtre spectral (FS) de largeur de transmission Δv centrée sur la fréquence incidente v, traverse ensuite un polariseur (P) avant d'être focalisé sur un détecteur.

Écrivons le bilan photonique de l'interaction [Verdeyen.89] :

Le faisceau incident, en traversant le milieu, est modifié par les contributions suivantes :

- Émission stimulée (fréquence, phase, polarisation, direction de propagation identiques à celles du rayonnement incident),

- Absorption,

- Émission spontanée, ou plus précisément la fraction d'émission spontanée contenue dans un cône d Ω centré sur le faisceau incident, dans la bande de fréquence Δv , transmise jusqu'au détecteur.

Le tableau ci-après contient les différents termes de l'échange.

Chaque transition met en jeu un photon d'énergie hv dont l'énergie (colonne 1) multipliée par le nombre moyen de transitions par atome représente la contribution de chaque atome (colonne 2). Cette contribution est pondérée par la forme de ligne g(v) (colonne 3). La colonne 4 contient la probabilité pour qu'un photon émis ait la bonne polarisation.

	1	2	3	4	5	6
Em. stim.	hv	B ₂₁ x Iv/c	g(v)	1	1	$N_2 \Delta z$
Abs.	hv	$B_{12} x$ Iv/c	g(v)	1	1	$N_1 \Delta z$
Em. spont.	hv	A ₂₁ x Δv	g(v)	1/2	$d\Omega/4\pi$	$N_2 \Delta z$

Tableau : Interaction rayonnement – milieu à 2 niveaux – coefficients.

La variation d'intensité ΔI_V est obtenue par :

 ΔI_{V} = (Emission stimulée) - (Absorption) + Emission spontanée.

En passant de la variation totale ΔI_V à une petite variation dI_V , on obtient la loi de variation de l'intensité du rayonnement se propageant dans le milieu à deux niveaux soumis à une excitation :

(44)
$$\frac{dI_{\nu}}{dz} = \left[\frac{h\nu}{c} \left(B_{21}N_2 - B_{12}N_1\right) g(\nu)\right] I_{\nu} + \frac{1}{2} \left[h\nu A_{21} N_2 g(\nu) \Delta\nu \frac{d\Omega}{4\pi}\right]$$

Si on néglige le dernier terme de l'expression ci-dessus qui correspond au 'bruit' de l'émission spontanée, on peut écrire la variation de l'intensité du rayonnement sous la forme :

$$\frac{dI_{\nu}}{dz} = \left[\frac{h\nu}{c} \left(B_{21}N_2 - B_{12}N_1\right) g(\nu)\right] I_{\nu}$$

Si on prend en considération la dégénérescence des niveaux $(B_{12} = B_{21} \frac{g_2}{g_1})$ et la relation entre

les coefficients d'émission $\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi hv^3}{c^3}$:

(45)
$$\frac{dI_{\nu}}{dz} = \left[A_{21} \ \frac{1}{8\pi} \frac{\lambda_0^2}{n^2} g(\nu) \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1\right)\right] I_{\nu} = \gamma_0(\nu) \ I_{\nu}$$

Le coefficient $\gamma_0(v)$ [m⁻¹],

(46)
$$\gamma_0(\mathbf{v}) = A_{21} \frac{1}{8\pi} \frac{\lambda_0^2}{n^2} g(\mathbf{v}) \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right)$$

appelé <u>coefficient de gain de 'petit' signal</u> caractérise la variation de l'intensité du rayonnement qui se propage dans le milieu, dans le cas où l'intensité reste faible par rapport à une intensité dite de saturation définie plus loin.

(47)
$$\gamma_0(v) = \sigma_{\acute{em.stim}}(v) \cdot \Delta N$$
,

avec :

(48) (a)
$$\sigma_{em.stim.}(v) = A_{21} \frac{1}{8\pi} \frac{\lambda_0^2}{n^2} g(v)$$
 et (b) $\Delta N = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1$

Nous avons vu que dans le cas d'un élargissement naturel de la ligne d'émission (ch5), la largeur de ligne était égale à : $g(v) = \frac{2}{\pi \Delta v} \approx \frac{1}{\Delta v}$, l'expression de σ s'écrit également :

(49)
$$\sigma_{em.stim.}(v) = A_{21} \frac{1}{8\pi} \frac{\lambda_0^2}{n^2} \frac{1}{\Delta v}.$$

Comme nous l'avons noté plus haut, le milieu est amplificateur si une inversion de population a été réalisée dans le milieu ($\Delta N > 0$). La bande passante de cet amplificateur est fixée par la largeur de la transition de E₂ à E₁.

Le coefficient de gain d'un milieu actif est une grandeur faible en général. Les valeurs typiques pour un 'bon' matériau se situent entre $0,1 \text{ m}^{-1}$ et $0,5 \text{ m}^{-1}$. Pour bénéficier d'un gain important il convient de produire l'amplification sur une longueur aussi grande que possible. Connaissant le coefficient de gain de petit signal, il devient possible d'écrire une expression pour I(z) par intégration de l'équation ci-dessus :

(50)
$$I_{\nu}(z) = I(z=0) e^{\gamma_0 z}$$
.

Le coefficient d'amplification de petit signal d'un milieu de longueur L s'écrit :

(51)
$$G_0 = e^{\gamma_0 L}$$
.

Cette valeur est vraie pour des intensités relativement faibles. Avec l'augmentation de l'intensité du rayonnement, apparaît le phénomène de saturation détaillé plus loin.

3.2-.10.3.2 Inversion de populations dans les milieux à niveaux multiples.

Nous avons vu précédemment que l'absorption et l'émission stimulée se produisent avec la même probabilité. Ceci rend impossible l'inversion des populations dans un milieu où seulement deux niveaux d'énergie seraient occupés. En pratique il faudra considérer au moins 3 niveaux d'énergie pour décrire l'interaction entre le milieu et l'onde dans un laser. Dans certains cas l'interaction se fera avec les populations de 4 niveaux d'énergie du matériau. Les systèmes à 4 niveaux seront en général plus efficaces, car l'inversion se fait sur une transition dont le niveau inférieur est normalement peu peuplé.

3.2.10.4 - AMPLIFICATION D'UN RAYONNEMENT DANS UN MILIEU À 3 NIVEAUX. SATURATION DU GAIN.

Considérons un système atomique à 3 niveaux (E₀, E₁ et E₂) dans lequel on injecte de l'énergie qui fait passer les atomes du niveau E₀ au niveau E₁ avec un taux de transition de T₁ (nombre de transitions par seconde) et du niveau E₀ au E₂ niveau avec un taux T₂.



Fig. 3.2 - 9 : Inter action rayonnement – milieu à 3 niveaux

Les transitions dans un système à trois niveaux.

Taux de variation des populations du milieu à 3 niveaux :

$$\frac{dN_2}{dt} = T_2 - \frac{N_2}{\tau_2} - B_{21}g(v)\frac{I_v}{c}N_2 + B_{12}g(v)\frac{I_v}{c}N_1$$
$$\frac{dN_1}{dt} = T_1 - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + B_{21}g(v)\frac{I_v}{c}N_2 - B_{12}g(v)\frac{I_v}{c}N_1$$

(52)

La durée de vie du niveau 2 est obtenue à partir des coefficients τ des transitions 2 -> 1 et 2 -> 0 par la relation :

(53)
$$\frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{\tau_{21}} + \frac{1}{\tau_{20}}.$$

En introduisant la section efficace d'émission stimulée définie plus haut et en se limitant au cas des niveaux d'énergie non dégénérés, les équations ci-dessus deviennent :

$$\frac{dN_2}{dt} = T_2 - \frac{N_2}{\tau_2} - \frac{\sigma I_v}{h v} (N_2 - N_1)$$
$$\frac{dN_1}{dt} = T_1 - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + \frac{\sigma I_v}{h v} (N_2 - N_1)$$

(54)

Les équations ci-dessus sont essentielles dans la description de la dynamique de l'interaction entre le rayonnement et le matériau actif dans une cavité de laser.

3.2-.10.4.1 Quelques cas particuliers : Premier cas :

Le rayonnement incident est nul. Le pompage est tel que $T_1 = 0$ et $T_2 = T_{20}$ pendant un temps ΔT tel que $\Delta T >> \tau_2$.

La population N₂ varie alors suivant :



Fig. 3.2 - 10 : Evolution de la population en l'absence de rayonnement incident et d'un pompage constant pendant un temps supérieur à la durée de vie du niveau 2.

3.2-.10.4.2 2^{ème} cas

Même condition de pompage que ci-dessus.

L'intensité du rayonnement incident n'est pas nulle.

La durée de vie du niveau 1 est négligeable.

La dernière condition force la population du niveau 1 à rester faible; c'est une condition très intéressante pour un laser, car l'inversion de population se fait par rapport à un niveau bas peu peuplé.

Les équations données plus haut ont alors pour solution :

Pour $0 \le t \le \Delta T$:

$$N_{2}(t) = N_{2.sat} \left[1 - exp\left(-\frac{t}{\tau_{I}}\right) \right]$$

Pour t> ΔT :

(56)

(57)
$$N_2(t) = N_{2.\,\text{sat}} \exp\left(-\frac{t - \Delta T}{\tau_1}\right)$$

Pour t>
$$\Delta T$$
: N₂(t) = N_{2.sat} exp $\left(-\frac{t - \Delta T}{\tau_{I}}\right)$

avec :

$$N_{2.sat} = \frac{T_{20}\tau_2}{1 + \frac{\sigma I_v \tau_2}{hv}} \quad \text{et} \quad \tau_I = \frac{\tau_2}{1 + \frac{\sigma I_v \tau_2}{hv}} = \frac{\tau_2}{1 + \frac{I_v}{I_{sat}}}$$

(58) h v h vDans expression apparaît un paramètre important du milieu, l'intensité de saturation

(59)
$$I_{sat} = \frac{hv}{\sigma\tau_2}$$

L'onde incidente est

- de faible intensité si $I_V \ll I_{sat}$

- ou de forte intensité si $I_V >> I_{sat}$.



Fig. 3.2 - 11 : Evolution de la population en présence de rayonnement incident et d'une durée de vie faible pour le niveau 1.

3.2-.10.4.3 3ème cas

Situation générale : τ_1 n'est pas négligeable. Le pompage est continu.

A l'équilibre on a : $dN_2/dt = dN_1/dt = 0$.

Les solutions dans ce cas sont :

$$N_{2} = \frac{T_{2}\left(\frac{1}{\tau_{1}} + \frac{\sigma I_{v}}{hv}\right) + T_{1}\frac{\sigma I_{v}}{hv}}{D}$$

$$N_{1} = \frac{T_{1}\left(\frac{1}{\tau_{2}} + \frac{\sigma I_{v}}{hv}\right) + T_{2}\left(\frac{1}{\tau_{21}} + \frac{\sigma I_{v}}{hv}\right)}{D}$$

(60)

avec
$$D = \frac{1}{\tau_1 \tau_2} \left[1 + \left(\tau_1 + \tau_2 - \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_{21}} \right) \frac{\sigma I_v}{hv} \right]$$

Le coefficient d'amplification du milieu est proportionnel à la différence de population ΔN donnée par :

(61)
$$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{T_2 \tau_2 \left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_{21}}\right) - T_1 \tau_1}{1 + \left(\tau_1 + \tau_2 - \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_{21}}\right) \frac{\sigma I_v}{hv}}$$

L'intensité d'un rayonnement de fréquence $v = (E_2-E_1)/h$ varie en traversant une épaisseur dz d'un matériau à trois niveaux caractérisé par la différence de population ΔN ci-dessus d'une quantité dI_v égale à :

(62) $dI_{\mathbf{V}} = \gamma(\mathbf{v}) I_{\mathbf{V}} dz.$

Il est possible dans le cas général que nous examinons ici d'écrire le coefficient sous la forme $\gamma(v) = \sigma(v) \Delta N$ comme cela a été fait dans le cas particulier examiné précédemment. Le coefficient $\gamma(v)$ (amplification ou atténuation) peut s'écrire :

(63)
$$\gamma(v) = \frac{\gamma_0(v)}{1 + \frac{I_v}{I_{sat}}} \text{ avec } I_{sat} = \frac{hv}{\sigma(v_0)\tau_2} \frac{1}{1 + \frac{\tau_1}{\tau_2} \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_{21}}\right)}$$

L'expression ci-dessus fait apparaître que le gain est une fonction de l'intensité du signal incident $\gamma = \gamma(v, I_v)$. Lorsque l'intensité du signal incident devient comparable à l'intensité I_{sat} , le gain diminue. On dit qu'il y a saturation du gain.

L'<u>intensité de saturation</u> est telle que pour $I_v = I_{sat}$:

. .

- la durée de vie τ_2 du niveau haut de la transition est réduite d'un facteur 2;

- le gain est réduit d'un facteur 2.

Nous avions plus haut considéré un rayonnement dont la fréquence correspond au centre de la transition. C'est pourquoi, c'est $\sigma(v_0)$, la section efficace d'émission stimulée au centre de ligne qui apparaît dans l'expression ci-dessus. Pour un rayonnement d'une autre fréquence, il faut remplacer $\sigma(v_0)$ par $\sigma(v_0)$ g(v), où g(v) est la courbe, normalisée à 1, de la transition E₂ ->E₁. L'expression pour le coefficient de gain devient :

(64)
$$\gamma(\nu, I_{\nu}) = \frac{\gamma_0(\nu)}{1 + \frac{I_{\nu}}{I_{sat}}} g(\nu)$$

 $\gamma_0(v_0)$, le coefficient de gain de petit signal au centre de ligne, est égal à :

(65)
$$\gamma_0(\mathbf{v}_0) = \sigma(\mathbf{v}_0) \left[\mathbf{T}_2 \, \mathbf{\tau}_2 \left(1 - \frac{\mathbf{\tau}_1}{\mathbf{\tau}_{21}} \right) - \mathbf{T}_1 \, \mathbf{\tau}_1 \right]$$

Conditions favorables pour l'amplification :

(66) $(1) \tau_1 \ll \tau_2$ $(2) \tau_{21} \approx \tau_2$ $(3) g_2 \leq g_1 (Cf 6.9)$

Dans le cas favorable où $\tau_1 \ll \tau_2 \ll$ et $\tau_{21} \approx \tau_2$, l'intensité de saturation est égale à :

(67)
$$I_{sat}(pour \tau_1 <<\tau_2) = \frac{h\nu}{\tau_2} \frac{1}{\sigma(\nu_0)}$$

3.2.10.5 AMPLIFICATEUR DE RAYONNEMENT. GAIN D'UN AMPLIFICATEUR.

Considérons le milieu à trois niveaux décrit plus haut, de longueur L et rendu amplificateur par pompage.

Le coefficient de gain étant une fonction de l'intensité incidente, la croissance de l'intensité de l'onde au cours de la propagation dans le milieu n'est pas exponentielle. Il faut donc résoudre l'équation différentielle suivante.

$$\int_{I(z=0)}^{I(z=L)} \left(\frac{1}{I} + \frac{g(\nu)}{I_{sat}} \right) dI = \int_{z=0}^{z=L} \gamma_0(\nu) \, dz \, .$$

On obtient l'équation transcendante suivante :

(6.24)
$$\ln\left[\frac{I(L)}{I(0)}\right] + \frac{g(\nu)}{I_{sat}} \left[I(L) - I(0)\right] = \gamma_0(\nu) L,$$

qu'on peut écrire en faisant apparaître le gain G de l'amplificateur ($G = \frac{I(L)}{I(0)}$)

(68)
$$\ln (\mathbf{G}) + \overline{\mathbf{g}}(\mathbf{v}) \frac{\mathbf{I}(\mathbf{0})}{\mathbf{I}_{sat}} [\mathbf{G} - 1] = \gamma_0(\mathbf{v}) \mathbf{L}$$

Le gain net de l'amplificateur dépend de l'intensité du rayonnement qui est introduit dans le milieu. La figure 13 montre un exemple de variation du gain d'un amplificateur en fonction du rapport entre l'intensité incidente et l'intensité de saturation.



Fig. 3.2 - 12 : Gain d'un amplificateur optique en fonction du rapport entre l'intensité du signal incident et l'intensité de saturation.

L'exemple montré correspond à un amplificateur de gain de petit signal égal à 4 (G = 6 dB) [1]. Dans le cas où l'intensité introduite dans le milieu est bien supérieure à l'intensité de saturation (I (z=0) >> I_{sat}), l'intensité à la sortie du milieu de longueur L est égale à $I(z = L) = I(z = 0) + \frac{\gamma_0(\nu) I_{sat}}{\overline{g}(\nu)} L$.

Dans le cas ci-dessus, l'énergie transférée par unité de longueur, du milieu au rayonnement est égal à :

(69)
$$\Delta P = \frac{\gamma_0 I_{sat}}{\overline{g}(v)} = hv T \text{ avec} \quad T = \frac{T_2 \tau_2 \left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_{21}}\right) - T_1 \tau_1}{\tau_1 + \tau_2 - \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_{21}}}.$$

3.2 - 11 OSCILLATION LASER. SEUIL D'OSCILLATION.

Nous avons décrit précédemment un amplificateur de rayonnement. Pour obtenir un générateur de rayonnement, il nous faut maintenant introduire une rétroaction et imposer une condition sur le gain de l'amplificateur. Pour un rayonnement ém aux fréquences optiques, la rétroaction est assurée par deux miroirs dont l'un est totalement réfléchissant ($R_1 \approx 1$) et l'autre semi-réfléchissant (R_2 choisi en fonction de la rétroaction nécessaire à l'entretien de l'oscillation).



Fig. 3.2 - 13 : De l'amplificateur à l'oscillateur

 (a) Un oscillateur est obtenu en ajoutant une rétroaction à un amplificateur. (b) Un laser est un oscillateur optique dans lequel la rétroaction est assurée par les miroirs de renvoi. (c) cavité en anneau

Considérons une onde d'intensité I₀ à l'entrée d'un amplificateur de longueur l de gain unitaire $\gamma_0(v)$. A la sortie de l'amplificateur l'intensité de l'onde a été multipliée par un coefficient G₀ tel que

La condition de seuil fixe une limite au spectre du rayonnement qui pourra osciller dans la cavité (figure 15). Cette seule considération n'est cependant pas suffisante pour décrire les caractéristiques spectrales de l'onde qui oscillera. Les coefficients de réflexion R_1 et R_2 ont une réponse spectrale limitée; de plus d'autres composants de la cavité peuvent restreindre la bande passante. Il faudra tenir compte aussi de la condition de résonance de la cavité. Le coefficient de gain du matériau étant une fonction de la fréquence et de l'intensité, les composantes spectrales au voisinage du centre de ligne seront privilégiées.



Fig. 3.2 - 14 : Bande passante de l'oscillation dans une cavité laser.

Seules peuvent osciller les composantes spectrales pour lesquelles le gain est supérieur au gain de seuil.

(70)
$$G_0 = \exp \left[\gamma_0(v) \ l \right]$$

Dans une cavité, l'oscillation ne sera possible que si les pertes de la cavité (internes et externe) sont compensées par le gain offert par le matériau actif. La condition suivante doit être vérifiée :

(71)
$$R_1 R_2 \exp \left[2 \left(\gamma_0(\nu) - \alpha_{pi} \right) l \right] \ge 1.$$

 α_{pi} est le coefficient ramené à l'unité de longueur de matériau actif des pertes internes de la cavité. On peut donc définir un seuil pour le gain, à partir duquel l'oscillation devient possible :

(72)
$$\gamma_0(v) \geq \alpha_{pi} + \frac{1}{2l_g} \ln\left(\frac{1}{R_1R_2}\right) = \gamma_{0.seuil}(v)$$

3.2 - **12** - **SATURATION DU GAIN DANS UNE CAVITÉ LASER. TRANSITION À ÉLARGISSEMENT HOMOGÈNE. TRANSITION À ÉLARGISSEMENT INHOMOGÈNE.**

Avec la relation (6.24), nous avons décrit le gain d'un amplificateur à élargissement homogène de la ligne d'émission. Lorsque le milieu est introduit à l'intérieur d'une cavité résonnante pour former un laser, et que le milieu est excité, l'intensité va croître dans la cavité aux fréquences de résonance se situant à l'intérieur de la ligne d'émission. Les effets de saturation vont alors se manifester progressivement, entraînant une réduction du spectre en oscillation, les composantes proches du centre de ligne étant privilégiées. Dans le chapitre 8 nous discutons plus en détail les caractéristiques spectrales du faisceau émis.

Les milieux dont les lignes d'émission présentent un élargissement inhomogène se comportent différemment à la saturation. On peut montrer, que dans le cas d'un élargissement Doppler, le coefficient de gain saturé a la forme suivante [Verdeyen.89] :

(73)
$$\gamma_{\text{inhom}}(v, I_v) = \frac{\gamma_0(v)}{\sqrt{\left[1 + \frac{I_v}{I_{\text{sat}}}\right]}}$$

3.2 - 13 - EXCITATION (OU POMPAGE) DU MILIEU ACTIF.

3.2.13.1 - LES DIFFÉRENTES TECHNIQUES DE POMPAGE.

1 - Pompage optique

- Pompage incohérent (lampes Xe, Kr,)

- Pompage cohérent (laser à argon pompant un colorant, laser à semi- conducteur pompant un laser Nd:YAG)

- 2 Pompage électrique
 - Décharge dans un gaz
 - Décharge continue
 - Décharge impulsionelle
 - Excitation à une fréquence radio (qq 10 MHz) modulé par un signal basse fréquence
 - Faisceaux d'électrons
 - Excitation par injection d'un courant dans une jonction de matériaux semi-conducteur n et p.
- 3 Pompage chimique
 - Réaction associative (A + B -> AB*)
 - Réaction dissociative (AB + $h\nu \rightarrow A + B^*$)
- 4 Excitation par expansion rapide d'un gaz chauffé (« gas dynamic laser »)

3.2.13.2 - LA DYNAMIQUE ÉNERGÉTIQUE DU POMPAGE.



Fig. 3.2 - 15 : Dynamique de l'excitation

(a) Système à 3 niveaux - (b) Systèmes à 4 niveaux (c) Transfert résonant d'énergie d'excitation.

3.2.13.3 EFFICACITÉ QUANTIQUE DE L'ÉMISSION LASER

Il existe une limite fondamentale à l'efficacité d'extraction d'énergie cohérente d'un matériau actif. Considérons un système à 3 niveaux d'énergie.



Dans le système énergétique présenté ci-contre, l'effet laser sur la transition $2 \rightarrow 1$ est favorisé si :

- seul le niveau 2 est peuplé par le processus d'excitation,

- la durée de vie du niveau 1 (et par conséquence la population du niveau) est négligeable,

- l'émission stimulée est le principal processus de désexcitation du niveau 2.

Soit R_{02} le taux de pompage (R_{02} transitions $0 \rightarrow 2$ par seconde et par unité de volume de matériau actif). L'émission stimulée permet d'extraire au plus R_{02} photons d'énergie $E_2 - E_1$ par seconde par unité de volume. Le rendement maximum d'un tel système (ou efficacité quantique) est égal à

$$\eta_{\text{max}} = \frac{E_2 - E_1}{E_2}$$

(74)

3.2.13.4 - LE POMPAGE OPTIQUE INCOHÉRENT.

Dispositif de pompage = Lampe(s) de grande puissance + Système optique adapté dont le rôle est de transférer la lumière des lampes au matériau actif.

Le pompage optique convient bien pour les lasers à matériau actif solide (isolants dopés) et les solutions de colorants organiques.

Pompage optique : Pompage avec une seule lampe.





Alimentation électrique des lampes de pompage

(a) - Déclenchement externe de la décharge - (b) Déclenchement interne.

Fig. 3.2 - 16 : Quelques configurations utilisées en pratique pour assurer le pompage du matériau actif

Efficacité de pompage :

L'énergie fournie par l'alimentation électrique ne sert que très partiellement à réaliser l'inversion de population qui doit rendre le milieu actif amplificateur. Les différentes étapes du transfert d'énergie et les rendements respectifs sont présentés ci-après.





$$\eta_{\rm L} = \frac{\rm P_2}{\rm P_1}$$

 P_1 est la puissance électrique fournie par la lampe; P_2 est la puissance lumineuse émise par la lampe dans la bande des fréquences absorbées par le matériau actif



(b) Efficacité du transfert lampe-barreau :

$$\eta_{\rm T} = \frac{{\rm P}_3}{{\rm P}_2}$$

P₃ est la puissance lumineuse arrivant jusqu'au barreau



Le rendement global du pompage est donné par :

(75) $\eta = \eta \sum x \eta T x \eta A x \eta Q.$

3.2.13.5 LE POMPAGE OPTIQUE COHÉRENT.

On utilise laser comme source de pompage. C'est intéressant si le laser a un bon rendement comme les lasers à semi conducteurs, utilisés pour pomper des lasers solides.

3.2 - 14 ANNEXE

3.2.14.1 - INTERACTION ENTRE UN RAYONNEMENT ÉM ET UN MATÉRIAU AU VOISINAGE D'UNE TRANSITION ATOMIQUE. DE L'UTILITÉ DU MODÈLE QUANTIQUE

3.2-.14.1.1 Interaction rayonnement – matière : modèle classique

L'interaction entre un rayonnement ém et un matériau au voisinage d'une transition atomique se manifeste par les phénomènes d'<u>absorption</u> (de l'énergie rayonnante par le matériau) et de <u>dispersion</u> (du rayonnement).

Le champ ém induit sur l'atome un moment dipolaire :



(76)

Le formalisme classique permet de définir des coefficients pour décrire les phénomènes liés à l'interaction. Pour cela on part de l'atome considéré comme un oscillateur harmonique modélisé par un masse m et deux ressorts de raideur équivalent K.



Le modèle de l'oscillateur électronique (électron dans un puits de potentiel harmonique)

Oscillation de l'électron $\mathbf{x}(\mathbf{t}) \implies$ Champ $\mathbf{e}(\mathbf{t})$

La position x(t) de l'électron (de masse m et de charge e) est solution de l'équation suivante :

(77)
$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \sigma \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x(t) = -\frac{e}{m} e(t)$$

 σ est le coefficient d'amortissement ;

 $\sqrt{K/m} = \omega_0$ est la fréquence de résonance.

Les solutions de (6.4.1) sont de la forme.

$$x(t) = \operatorname{Re} [X(\omega) \exp (i\omega t)] \implies e(t) = \operatorname{Re} [E(\omega) \exp (i\omega t)]$$

En reportant ces solutions dans (6.4.1), on obtient :

(78)
$$X(\omega) = \frac{-\frac{e}{m}E}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\sigma}.$$

Au voisinage de la résonance ($\omega \approx \omega_0$), on a :

(79)
$$X(\omega \approx \omega_0) = \frac{-\frac{e}{m}E}{2\omega_0(\omega_0 - \omega) + i\omega\sigma}$$

Le moment dipolaire :

Pour un électron : $\mu(t) = -e x(t)$

En considérant un volume unitaire contenant N oscillateurs, on obtient la polarisation $p(t) = Re[P(\omega) \exp(i\omega t)]$ avec $P(\omega) = -N e X(\omega)$ ou encore :

(80)
$$P(\omega) = \left[\frac{N e^2}{m\omega_0 \sigma} \frac{\frac{2(\omega_0 - \omega)}{\sigma}}{1 + \frac{4(\omega - \omega_0)^2}{\sigma^2}} - i \frac{N e^2}{m\omega_0 \sigma} \frac{1}{1 + \frac{4(\omega - \omega_0)^2}{\sigma^2}} \right] E$$
$$= \varepsilon_0 \chi(\omega) E = \varepsilon_0 [\chi'(\omega) - i \chi''(\omega)] E.$$

En utilisant v au lieu de ω et en introduisant $\Delta v = \sigma/2\pi$, on obtient les coefficients de <u>susceptibilité</u> <u>électronique</u> $\chi'(\omega)$ et $\chi''(\omega)$.

(81)
$$\chi''(\omega) = \left[\frac{N e^2}{16\pi^2 m v_0 \varepsilon_0} \frac{\Delta v}{\left(v - v_0\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{2}\right)^2} \right]$$

 $\chi''(\omega)$ caractérise l'<u>absorption</u> ;

(82) (6.4.7)
$$\chi'(\omega) = \left[\frac{N e^2}{8\pi^2 m v_0 \varepsilon_0} \frac{v_0 - v}{(v - v_0)^2 + (\frac{\Delta v}{2})^2} \right]$$
$$= \frac{2(v_0 - v)}{\Delta v} \chi''(\omega)$$

 $\chi'(\omega)$ caractérise la dispersion.

Les coefficients $\chi'(\omega)$ et $\chi''(\omega)$ ont l'allure représentée ci-après.



3.2 - 15 COEFFICIENTS χ EN FONCTION DE LA FRÉQUENCE

Notons que pour

 $v < v_0$, la dispersion est positive et pour

 $\nu > \nu_0$, la dispersion est négative.

La dispersion d'un rayonnement au voisinage d'un pic d'absorption a donc une allure différente de la dispersion normale.



3.2 - 16 DISPERSION DANS UN MATÉRIAU

3.2-.16.1.1 Calcul des coefficients de susceptibilité électronique à partir de la mécanique quantique.

Nous avons précédemment déterminé la variation de l'intensité d'une onde qui traverse un milieu à 2 niveaux. A l'équilibre thermique ($\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{hv}{kT}\right)$) le milieu est absorbant pour le ravonnement

rayonnement.

La puissance absorbée par unité de volume pour une onde se propageant le long d'un axe OZ est obtenue par la relation :

(83)
$$\frac{\langle Puissance \rangle}{Volume} = \left\langle e_z(t) \ \frac{dP_z(t)}{dt} \right\rangle = \frac{1}{2} \ R_e \left[E^*(i\omega P) \right]$$

avec $P = \varepsilon_0 \chi(\omega) E$ et $\chi(\omega) = \chi'(\omega) - i \chi''(\omega)$. On a donc :

(84) (6.4.9)
$$\cdot \frac{\langle Puissance \rangle}{Volume} = \frac{\omega \varepsilon_0}{2} \chi'' |E|^2$$

En tenant compte de la probabilité de transition (Coefficients d'Einstein) et en prenant le cas simple où $g_1 = g_2$, on peut écrire :

(85)
$$\frac{\langle Puissance \rangle}{Volume} = (N_1 - N_2) B hv.$$

En tenant compte des relations ci-dessus :

$$n^{2} = \frac{c}{\varepsilon_{0}}$$

$$I_{v} = \frac{1}{2} \frac{c}{n} \varepsilon |E|^{2}$$

$$B = \frac{A_{21}c^{2}I_{v}}{8\pi^{3}v^{3}n} g(v), \text{ on obtient pour le coefficient d'absorption:}$$

$$(86) \qquad \chi''(\omega) = \frac{\left(N_{1} - N_{2}\right)A_{21}c^{3}}{8\pi^{3}v^{3}n} \frac{\Delta v}{4\left(v - v_{0}\right)^{2} + \left(\Delta v\right)^{2}}$$

Cette dernière expression pour $\chi''(\omega)$ diffère de celle déjà trouvée en utilisant le formalisme classique de l'oscillateur harmonique. Cependant c'est cette expression qui est conforme à l'expérience et qui est donc 'vraie'. Ce résultat signifie que ce sont les phénomènes quantiques qui régissent l'interaction entre rayonnement et matière.

Pour $\chi'(\omega)$ on obtient :

(87)
$$\chi'(\omega) = \frac{(N_1 - N_2) A_{21}c^3}{4\pi^3 v^3 n (\Delta v)^2} \frac{v_0 - v}{1 + \frac{4(v_0 - v)^2}{(\Delta v)^2}}$$

Nous pouvons quand même utiliser la relation classique () entre $\chi'(\omega)$ et $\chi''(\omega)$ obtenue par le modèle classique afin de relier le déphasage Δk d'une onde au voisinage d'une résonance et le coefficient d'absorption $\gamma_0(v)$), soit :

$$\chi'(\omega) = \frac{\nu_0 - \nu}{\Delta \nu} \chi''(\omega).$$

Le rayonnement dans le matériau est décrit par le vecteur de déplacement D qu'on peut décomposer de la façon suivante :

$$D = \varepsilon_0 P + P_{NR} + P_{TR}$$

P_{NR} est la composante non résonnante (loin de la transition) de la polarisation;

 $\ensuremath{P_{TR}}\xspace$ est la composante de polarisation au voisinage de la transition.

=> D =
$$\varepsilon \left[1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \chi(\omega) \right] E = \varepsilon'(\omega) E$$
; $\varepsilon'(\omega)$ étant la constante diélectrique complexe.

Considérons le cas simple d'une onde plane $e(z,t) = Re[E exp (i\omega t - k'z)]$. La constante de propagation dans le milieu absorbant s'écrit :

$$k'(\omega) = \omega \sqrt{\varepsilon' \mu} \approx k \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{2\varepsilon}\chi\right) \quad (\text{si } \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}|\chi| << 1)$$

D'autre part :
$$k'(\omega) = k \left[1 + \frac{\chi'(\omega)}{2n^2}\right] - ik \frac{\chi''(\omega)}{2n^2}.$$

L'expression pour e(z,t) devient :

$$e(z,t) = R_{e} \left[E \exp(i\omega t) - (k + \Delta k)z \right] \exp\left(\frac{\gamma}{2} z\right)$$

On obtient ainsi une expression

- pour le déphasage de l'onde dû à la polarisation atomique :

(88)
$$\Delta k = k \frac{\chi'(\omega)}{2n^2} et$$

- pour la variation de l'amplitude de l'onde au voisinage de la résonance :

(89)
$$\gamma(\omega) = -k \frac{\chi''(\omega)}{n^2}.$$